

**TIAGO STAUDT**

**ESTUDO DE TRANSFORMADORES DE CORRENTE  
UTILIZADOS EM INSTRUMENTAÇÃO**

**FLORIANÓPOLIS**

**2009**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ESTUDO DE TRANSFORMADORES DE CORRENTE  
UTILIZADOS EM INSTRUMENTAÇÃO**

Dissertação submetida à  
Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

**TIAGO STAUDT**

Florianópolis, dezembro de 2009.

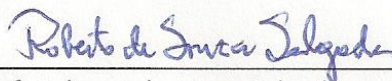
# ESTUDO DE TRANSFORMADORES DE CORRENTE UTILIZADOS EM INSTRUMENTAÇÃO

TIAGO STAUDT

“Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.”




Prof. Walter Pereira Carpes Junior, Dr.  
Orientador

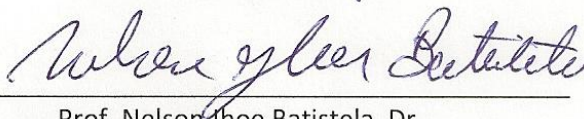


Prof. Roberto de Souza Salgado, Dr.  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

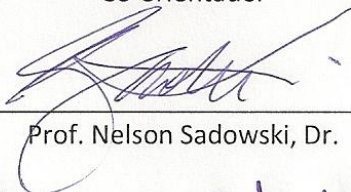
Banca Examinadora:



Prof. Walter Pereira Carpes Junior, Dr.  
Presidente



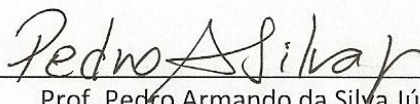
Prof. Nelson Jhoel Batistela, Dr.  
Co-orientador



Prof. Nelson Sadowski, Dr.



Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.



Prof. Pedro Armando da Silva Júnior, Dr.

Dedico este trabalho à minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

À minha família, meu pai Darcisio, minha mãe Sirlei e minha irmã Tatiana, por todo carinho, dedicação, apoio e educação oferecidos incondicionalmente ao longo dos anos. Este trabalho só foi possível por vocês estarem sempre ao meu lado.

À minha esposa Francielly, pelo incentivo, pela compreensão, por compartilhar comigo todos os momentos e por ser fundamental para meu crescimento pessoal e profissional.

À minha segunda família, Rolf, Karin e Luanna, pela amizade e pelo apoio demonstrados no dia a dia.

Aos meus orientadores, professores Walter P. Carpes Jr. e Nelson Jhoe Batistela, por acreditarem neste trabalho, por darem o suporte necessário e pelas orientações propriamente ditas que auxiliaram na elaboração desta dissertação.

Ao amigo e colega de longa data do GRUCAD, Maurício Rigoni, por suas importantes contribuições em conversas informais e ajuda direta principalmente na parte experimental deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora que avaliaram e contribuíram para melhorias neste trabalho de pesquisa.

Aos colegas do GRUCAD, professores, alunos e funcionários, por dividirem seus conhecimentos e experiências na área, proporcionando a formação de profissionais mais bem preparados e que auxiliaram direta ou indiretamente neste trabalho.

Àqueles que contribuíram, de uma forma ou de outra, para que os objetivos desse trabalho fossem atingidos e não foram nomeados nesta lista.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

## **ESTUDO DE TRANSFORMADORES DE CORRENTE UTILIZADOS EM INSTRUMENTAÇÃO**

**Tiago Staudt**

Dezembro/2009

Orientador: Prof. Walter Pereira Carpes Junior, Dr.

Coorientador: Prof. Nelson Jhoe Batistela, Dr.

Área de Concentração: Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos.

Palavras-chave: Modelagem de transformadores de corrente, TCs, materiais nanocristalinos, sensores de corrente.

Número de páginas: 12 + 125.

**RESUMO:** Esta dissertação aborda um estudo de transformadores de corrente (TCs) utilizados em instrumentação. Propõe-se um algoritmo de simulação com base no circuito elétrico equivalente do TC para auxiliar no projeto destes dispositivos. O modelo depende de ensaios de caracterização do núcleo, os quais fornecem dados para os cálculos dos seguintes parâmetros de entrada: a permeabilidade e as perdas magnéticas. A permeabilidade é considerada de três maneiras distintas para avaliar qual a melhor forma de representação deste parâmetro no modelo. As perdas magnéticas são inseridas através de resistências elétricas equivalentes, calculadas analiticamente por constantes obtidas nos ensaios de caracterização. Este trabalho também aborda a utilização de materiais nanocristalinos em TCs, os quais apresentam menores perdas e permeabilidade magnética mais alta quando comparados às ligas de ferro-silício de grão orientado. Para a validação do modelo, duas amostras de TCs são fabricadas com materiais magnéticos distintos (liga de ferro-silício de grão orientado e material nanocristalino), ensaiadas sob condições de carga e caracterizadas magneticamente. Os resultados dos ensaios são comparados com os obtidos através da simulação e os desempenhos dos TCs são avaliados qualitativamente para cada um dos materiais utilizados. Os materiais nanocristalinos confirmam-se como uma alternativa interessante para aplicações específicas em que alta eficiência é requerida.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

## **STUDY OF CURRENT TRANSFORMERS UTILIZED IN INSTRUMENTATION**

**Tiago Staudt**

December/2009

Advisor: Prof. Walter Pereira Carpes Junior, Dr.

Co-advisor: Prof. Nelson Jhoe Batistela, Dr.

Area of concentration: Electromagnetism and Electromagnetic Devices.

Keywords: Current transformer modeling, CTs, nanocrystalline materials, current sensors.

Number of pages: 12 + 125.

**ABSTRACT:** This dissertation addresses a study of current transformers (CT) utilized in instrumentation. A mathematical algorithm is proposed based on the equivalent electric circuit of the CT and it provides a useful tool to analyze the design of these devices. The model depends on the magnetic characterization of the core which supplies data to set the following input parameters: permeability and magnetic losses. The permeability is considered using three different methods and an evaluation is made to discover which one is the best to represent it. The magnetic losses are inserted in the simulation through equivalent electric resistances, which are analytically calculated by constants obtained experimentally from the characterization tests. This work also addresses the utilization of nanocrystalline materials, which present lower losses and higher magnetic permeability when compared to grain-oriented silicon-iron alloys. To validate the proposed algorithm, two CTs prototypes with different magnetic materials were prepared (grain-oriented silicon-iron alloy and nanocrystalline material), tested under normal operation and magnetically characterized. The experimental data is compared with the simulation results and the performances of each CT are evaluated qualitatively. Nanocrystalline materials confirm themselves as an interesting alternative for applications where high efficiency is required.

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE SIGLAS, ABREVIATURAS E SÍMBOLOS .....</b>	<b>x</b>
<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação e objetivos da pesquisa .....	1
1.2 Metodologia .....	4
1.3 Organização da dissertação .....	5
<b>CAPÍTULO 2 – CONCEITOS TEÓRICOS SOBRE TRANSFORMADORES .....</b>	<b>7</b>
2.1 Introdução .....	7
2.2 O núcleo toroidal .....	9
2.3 O transformador ideal .....	13
2.3.1 O circuito elétrico do modelo ideal .....	14
2.4 O transformador real .....	18
2.4.1 O circuito elétrico equivalente do transformador real .....	18
2.4.2 Inclusão das perdas magnéticas na magnetização do núcleo .....	26
2.5 Considerações finais .....	29
<b>CAPÍTULO 3 – AS PERDAS MAGNÉTICAS E O ALGORITMO DE SIMULAÇÃO DO TC REAL .....</b>	<b>32</b>
3.1 Introdução .....	32
3.2 As perdas magnéticas .....	32
3.2.1 Introdução .....	32
3.2.2 Perda magnética por histerese .....	33
3.2.3 Perdas dinâmicas .....	36
3.2.4 Perda magnética total para regimes senoidais .....	41
3.3 Modelo completo do TC real .....	42
3.3.1 Representação das perdas por resistências equivalentes .....	42
3.4 Algoritmo para simulação .....	48



3.5	Considerações finais .....	53
<b>CAPÍTULO 4 – SIMULAÇÕES DO MODELO PROPOSTO E COMPARAÇÕES COM RESULTADOS</b>		
<b>PRÁTICOS .....</b>		<b>54</b>
4.1	Introdução.....	54
4.2	Caracterização da amostra para validação dos resultados.....	55
4.3	Simulações sem considerar as perdas magnéticas.....	58
4.3.1	Permeabilidade constante .....	58
4.3.2	Permeabilidade obtida da curva de magnetização inicial.....	64
4.3.3	Permeabilidade obtida da curva de magnetização sem histerese .....	69
4.4	Simulações considerando as perdas magnéticas .....	74
4.4.1	Permeabilidade constante .....	76
4.4.2	Permeabilidade obtida da curva de magnetização inicial.....	82
4.4.3	Permeabilidade obtida da curva de magnetização sem histerese .....	85
4.5	Comparações entre os diferentes casos estudados .....	90
4.6	Considerações finais .....	94
<b>CAPÍTULO 5 – MATERIAIS NANOCRISTALINOS E A APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO .....</b>		
5.1	Introdução.....	96
5.2	Materiais nanocristalinos.....	97
5.2.1	Fundamentos físicos .....	97
5.3	Modelo do TC com materiais nanocristalinos.....	103
5.3.1	Comparações entre o aço ferro-silício de grão orientado e o material nanocristalino com laço BH linear .....	104
5.3.2	Simulações do algoritmo proposto com um material nanocristalino .....	105
5.4	Considerações finais .....	111
<b>CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES.....</b>		
<b>113</b>		
<b>APÊNDICE A.....</b>		
<b>119</b>		
A.1	Bancada MPG100D Brockhaus .....	119

<b>APÊNDICE B .....</b>	<b>121</b>
B.1 – Amostra A1 (liga de ferro-silício de grão orientado) .....	121
B.1 – Amostra A2 (material nanocristalino) .....	121
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>122</b>

## LISTA DE SIGLAS, ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

$\alpha$	Expoente da indução no modelo de Steinmetz.	
$\beta$	Expoente da indução no modelo da perda dinâmica.	
$\mu$	Permeabilidade magnética do material.	[H/m]
$\mu_r$	Permeabilidade relativa.	
$\mu_o$	Permeabilidade magnética do vácuo.	[H/m]
$\mu_i$	Permeabilidade magnética inicial.	[H/m]
$\nu$	Relutividade magnética.	[m/H]
$\phi$	Fluxo magnético.	[Wb]
$\phi_{m1}$	Fluxo magnético gerado por $i_1$ .	[Wb]
$\phi_{m2}$	Fluxo magnético gerado por $i_2$ .	[Wb]
$\phi_{Ll1}$	Fluxo magnético de dispersão do enrolamento 1.	[Wb]
$\phi_{Ll2}$	Fluxo magnético de dispersão do enrolamento 2.	[Wb]
$\lambda$	Erro de fase entre $i_1'$ e $i_2$ .	[°]
$\lambda_s$	Magnetostrição de saturação.	
$\lambda_{m1}$	Fluxo concatenado do enrolamento 1.	[Wb]
$\lambda_{m2}$	Fluxo concatenado do enrolamento 2.	[Wb]
$\mathcal{R}$	Relutância magnética do material.	[A/Wb]
$\mathcal{R}_{ar}$	Relutância magnética do ar.	[A/Wb]
$\sigma$	Condutividade elétrica do material.	[ $\Omega\text{m}$ ] <sup>-1</sup>
$\vec{B}$	Indução magnética.	[T]
$B_{ah}$	Indução magnética referente à condição ideal sem histerese.	[T]
$B_{max}, B_m$	Indução magnética máxima.	[T]
$B_r$	Indução magnética remanente.	[T]
$B_{med}$	Indução magnética média.	[T]
$B_{sat}$	Indução magnética de saturação.	[T]
$d$	Espessura da lâmina.	[m]
$d\vec{l}$	Elemento infinitesimal de comprimento.	[m]
$dt$	Elemento infinitesimal de tempo.	[s]
$dr$	Elemento infinitesimal de comprimento.	[m]
$d\vec{S}$	Elemento infinitesimal de área.	[m <sup>2</sup> ]
$\vec{E}$	Campo elétrico.	[V/m]
$f$	Frequência.	[Hz]
$f_b$	Frequência utilizada na determinação das constantes das perdas.	[Hz]
$G$	Constante que representa o coeficiente de atrito do OM.	
$\vec{H}_1$	Campo magnético gerado por $i_1$ .	[A/m]
$\vec{H}_{tot}$	Campo magnético total do núcleo.	[A/m]
$\vec{H}_2$	Campo magnético gerado por $i_2$ .	[A/m]
$\vec{H}_l$	Campo magnético de dispersão.	[A/m]
$H_{ah}$	Campo magnético referente à condição ideal sem histerese.	[A/m]
$H_{Req}$	Campo magnético correspondente às perdas magnéticas.	[A/m]

$H_{max}$	Campo magnético máximo.	[A/m]
$H_{med}$	Campo magnético médio.	[A/m]
$H_{Rh}$	Campo magnético correspondente à perda histerese.	[A/m]
$H_{Rw}$	Campo magnético correspondente à perda dinâmica.	[A/m]
$H_c$	Campo coercitivo.	[A/m]
$h$	Altura do núcleo magnético.	[m]
$i_1$	Corrente do primário.	[A]
$i_2$	Corrente do secundário.	[A]
$i'_1$	Corrente do primário referida ao secundário.	[A]
$i_{nucleo}$	Corrente no núcleo magnético.	[A]
$i_{Req}$	Corrente elétrica que representa a ação das perdas no núcleo.	[A]
$i_{Lm2}$	Corrente sobre a indutância de magnetização.	[A]
$i_{Rh}$	Corrente relativa à perda por histerese.	[A]
$i_{Rw}$	Corrente relativa à perda dinâmica.	[A]
$k_h$	Constante relativa à perda por histerese no regime senoidal.	
$k_f$	Constante relativa à perda por correntes induzidas clássicas.	
$k_e$	Constante relativa às perdas por correntes induzidas por excesso.	
$k_w$	Constante relativa à perda dinâmica.	
$K_1$	Constante de anisotropia magnetocristalina.	
$L_{m1}$	Indutância própria do primário.	[H]
$L_{m2}$	Indutância própria do secundário.	[H]
$L_{L11}$	Indutância de dispersão do primário.	[H]
$L_{L12}$	Indutância de dispersão do primário.	[H]
$L'_{L11}$	Indutância de dispersão do primário referida ao secundário.	[H]
$L_{12}$	Indutância mútua.	[H]
$l_m$	Caminho magnético médio.	[m]
$m_v$	Massa específica.	[kg/m <sup>3</sup> ]
$m$	Massa.	[kg]
$N_1$	Número de espiras do enrolamento primário.	
$N_2$	Número de espiras do enrolamento secundário.	
$N_{aux}$	Enrolamento auxiliar.	
$P_t$	Potência total dissipada no núcleo.	[W/kg]
$P_h$	Perda por histerese.	[W/kg]
$P_f$	Perda por correntes induzidas.	[W/kg]
$P_e$	Perda excedente.	[W/kg]
$P_w$	Perda dinâmica.	[W/kg]
$P_h^w$	Perda por histerese em Watts.	[W]
$P_f^w$	Perda por correntes induzidas em Watts.	[W]
$P_e^w$	Perda excedente em Watts.	[W]
$P_w^w$	Perda dinâmica em Watts.	[W]
$P$	Potência elétrica.	[W]
$r$	Raio.	[m]
$R_{med}$	Raio médio.	[m]
$R_e$	Raio externo.	[m]
$R_i$	Raio interno.	[m]
$R_h$	Resistência elétrica equivalente da perda por histerese.	[Ω]

$R_f$	Resistência elétrica equivalente da perda por correntes induzidas.	[ $\Omega$ ]
$R_e$	Resistência elétrica equivalente das perdas excedentes.	[ $\Omega$ ]
$R_w$	Resistência elétrica equivalente da perda dinâmica total.	[ $\Omega$ ]
$r_1$	Resistência elétrica do enrolamento primário.	[ $\Omega$ ]
$r_2$	Resistência elétrica do enrolamento secundário.	[ $\Omega$ ]
$R_{burden}$	Resistência de carga do TC.	[ $\Omega$ ]
$R_{Brockhaus}$	Resistência calculada para a perda medida na bancada Brockhaus.	[ $\Omega$ ]
$S$	Área transversal efetiva do núcleo.	[m <sup>2</sup> ]
$v$	Tensão Induzida.	[V]
$v_1$	Tensão do primário.	[V]
$v_2$	Tensão do Secundário.	[V]
$v_1'$	Tensão do primário referida ao secundário.	[V]
$v_{mag}$	Tensão induzida sobre a indutância de magnetização.	[V]
$V_{magef}$	Tensão eficaz induzida sobre a indutância de magnetização.	[V]
$V_{magmax}$	Tensão máxima induzida sobre a indutância de magnetização.	[V]
$V_{Rburden}$	Tensão eficaz sobre a resistência de carga ( $R_{burden}$ ) do TC.	[V]
$Vol$	Volume.	[m <sup>3</sup> ]
$V_0$	Ente equivalente a um campo coercitivo do objeto magnético.	
$W_t$	Energia total dissipada no núcleo.	[J/m <sup>3</sup> ]
$W_h$	Energia equivalente à perda por histerese.	[J/kg]
$W_f$	Energia equivalente à perda por correntes induzidas.	[J/kg]
$W_e$	Energia equivalente às perdas excedentes.	[J/kg]
$W_w$	Energia correspondente à perda dinâmica.	[J/kg]
$z_1$	Impedância do primário.	[ $\Omega$ ]
$z_1'$	Impedância do primário referida ao secundário.	[ $\Omega$ ]
$\Delta t$	Intervalo de tempo.	[s]

# **CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO**

## ***1.1 Motivação e objetivos da pesquisa***

Desde o final do século XIX, quando a primeira central geradora de energia elétrica movida a carvão foi instalada em um bairro de Nova Iorque (Estados Unidos), a engenharia elétrica tem passado por uma verdadeira revolução, proporcionando a toda humanidade benefícios sem os quais hoje não se conseguiria imaginar. A crescente demanda pela energia elétrica ao longo dos anos estimula o desenvolvimento contínuo desta área e traz uma série de desafios para os cientistas. Maneiras de como gerar, transmitir e distribuir a energia elétrica estão em constante aperfeiçoamento, visando principalmente aumentar a eficiência e reduzir os custos dos equipamentos envolvidos com essas áreas. O objetivo de contribuir para o desenvolvimento do estado da arte é, por si só, um grande motivador desta pesquisa.

O estudo do eletromagnetismo, entre outras áreas do conhecimento, é fundamental para que se possam compreender os fenômenos envolvidos com todo o processo necessário para disponibilizar a energia elétrica para a sociedade em geral. Isto por que os equipamentos que formam a base para os modernos sistemas de potências (geradores, transformadores, compensadores síncronos, etc.) têm os seus princípios de funcionamento regidos pelas leis do eletromagnetismo. Em particular, esta dissertação de mestrado tem como principal assunto o estudo de transformadores de correntes (ou TCs) utilizados em instrumentação. Estes dispositivos são empregados em diversas situações desde a geração da energia elétrica até ela chegar ao consumidor final em equipamentos de acionamento de cargas, medição e proteção (conversores de frequência, relés, disjuntores, entre outros). Os TCs estudados são um caso específico deles, em que as principais aplicações estão relacionadas com medição da corrente elétrica propriamente dita, mudança nos níveis de corrente entre circuitos e isolamento galvânico entre

circuitos elétricos. Considera-se que eles são empregados apenas em regimes quase estáticos (frequência da forma de onda fundamental na ordem de algumas dezenas de Hertz) e em aplicações de baixa tensão (até 600 V<sub>rms</sub>).

Do ponto de vista conceitual, os transformadores de corrente parecem ser os mais simples dos dispositivos elétricos. Um TC do tipo bucha, por exemplo, é simplesmente um enrolamento em volta de um núcleo isolado, que se torna um transformador quando é instalado em torno de um condutor primário que carrega a corrente elétrica a ser monitorada [1]. O estudo dos TCs e de suas aplicações é antigo. Em um artigo de 1943, por exemplo, Moreton [2] afirma que maneiras de calcular TCs a partir de dados da curva de excitação já eram conhecidas há algum tempo. Essas curvas, obtidas a partir de ensaios em um TC real, consistiam na única ferramenta que os engenheiros possuíam para projetar os TCs. Atualmente, quase 70 anos após essa publicação, eles ainda provocam grande interesse na comunidade científica para o desenvolvimento de ferramentas de simulação e novas tecnologias para seu aperfeiçoamento.

Ao longo das últimas décadas, muitos autores publicaram estudos fornecendo contribuições importantes para o desenvolvimento deste trabalho. A popularização da informática, por exemplo, permitiu que ferramentas de simulação fossem desenvolvidas com o intuito de facilitar a análise do comportamento dos TCs em diversas condições de operação. Grande parte destes trabalhos (por exemplo, [1], [3], [4], [5]) foca nos efeitos provocados pela distorção na forma de onda do secundário quando o núcleo magnético atinge a saturação, em condições extremas de carga. As simulações são baseadas na curva de excitação do TC, sendo realizadas em programas de simulação de transientes, ou EMTP (*"Electromagnetic Transient Program"*), que permitem uma análise adequada em especial para regimes transitórios. Este trabalho de dissertação, por sua vez, tem como objetivo principal estudar os fenômenos eletromagnéticos que regem o funcionamento dos transformadores de corrente com foco nos pontos de operação na região de não saturação do material magnético. O comportamento do TC em situações fora do regime permanente ou na região de saturação do material magnético não será abordado e, portanto, programas de simulação de transientes não serão utilizados como ferramenta para este desenvolvimento.

Um algoritmo matemático para simulação computacional dos TCs será proposto e, como na maioria dos modelos existentes, ele também se baseia no circuito elétrico equivalente do dispositivo. O equacionamento utilizado para descrever o funcionamento dos transformadores não é uma novidade para o estado da arte, contudo acredita-se que a apresentação dele é

importante para que o estudo destes dispositivos esteja mais bem fundamentado. A dedução também inclui formas de considerar a permeabilidade e as perdas magnéticas no modelo, com o intuito de representar da maneira mais fiel possível os fenômenos envolvidos com a operação dos TCs. Como resultado final, o algoritmo visa propiciar aos engenheiros de desenvolvimento uma ferramenta que possa auxiliar no projeto dos TCs de instrumentação, permitindo uma análise quantitativa e qualitativa das formas de onda no interior do núcleo magnético. Assim, diversos pontos de operação para uma mesma aplicação podem ser simulados e os erros de amplitude e fase podem ser estimados numericamente. Com isso, técnicas de aperfeiçoamento do projeto podem ser aplicadas já nas primeiras fases do projeto.

Além disso, sabe-se que o desempenho da maioria dos dispositivos elétricos está diretamente ligado à qualidade dos materiais empregados para sua construção. Por essa razão, outro objetivo deste trabalho é estudar materiais magnéticos alternativos, do ponto de vista da engenharia elétrica, para a fabricação de TCs. É um fato conhecido que as indústrias e o mercado consumidor apresentam uma demanda crescente por dispositivos mais leves, compactos e que utilizam novos materiais. Uma maior qualidade do material magnético nos TCs também significa um aumento na precisão da medida de corrente para formas de onda senoidais e não senoidais. Como geralmente estes dispositivos são empregados para medir faixas de corrente bastante amplas, eles são forçados a trabalhar em diferentes níveis de indução magnética em uma mesma aplicação (produto). Isto muitas vezes pode provocar uma variação na precisão devido a não linearidade dos núcleos destes instrumentos, caso esses efeitos não sejam levados em consideração no projeto.

O estudo de materiais magnéticos especiais para sensoriamento de corrente em dispositivos de proteção tem aumentado significativamente nos últimos anos. Uma das razões para isso é a necessidade crescente dos dispositivos de proteção detectarem formas de onda de corrente com elevado conteúdo harmônico. Alguns fatores podem ser citados para justificar essa demanda:

- O desenvolvimento da eletrônica de potência, devido à demanda crescente pelo processamento eletrônico de energia. Como consequência, cargas não lineares estão cada vez mais presentes, contribuindo para a inserção de harmônicas em formas de onda de corrente;
- O acionamento de máquinas elétricas também tem se desenvolvido e os conversores de frequência e “soft-starters” têm ganhado espaço nas plantas industriais. Estes dispositivos contribuem para a degradação das formas de onda de tensão e de corrente dos sistemas;



- O desenvolvimento e a expansão da informática em todas as camadas da população, incluindo sua crescente aplicação industrial, têm provocado uma verdadeira “poluição” nas redes domésticas e industriais devido à utilização de cargas não lineares nos computadores.

Assim, existe uma necessidade cada vez maior por dispositivos capazes de detectar com precisão formas de onda de corrente, de maneira que o valor eficaz verdadeiro (*“True RMS”*) possa ser medido corretamente, com boa exatidão.

Os materiais nanocristalinos, por exemplo, são considerados uma alternativa interessante para formar o núcleo destes sensores de corrente, pois sua característica da curva BH pode ser manipulada a fim de tornar o material adequado para cada aplicação. Laços BH com o mínimo de não linearidades (por exemplo, uma permeabilidade praticamente constante desde o início da curva até a região de saturação) garantem uma medição qualificada. Além disso, esses materiais normalmente possuem uma permeabilidade elevada quando comparados a aços ferro-silício, possibilitando, entre outras vantagens, a redução de volume dos dispositivos eletroeletrônicos. Além disso, os materiais nanocristalinos são propícios para a detecção de variações bruscas na forma de onda devido às características eletromagnéticas próprias deste tipo de material.

## **1.2 Metodologia**

Para que os objetivos traçados sejam cumpridos, inicia-se o trabalho de pesquisa pelo estudo propriamente dito do estado da arte dos transformadores de corrente. As publicações científicas existentes no meio acadêmico fornecem um importante ponto de partida para este desenvolvimento. Depois dessa fase inicial, é possível atilar-se na dedução do algoritmo do TC que é a base desse trabalho de dissertação. Formas de como inserir a permeabilidade magnética e como incorporar as perdas magnéticas na análise também são estudadas, pois os resultados da simulação são obviamente dependentes da correta representação destas características dos núcleos magnéticos. Como o modelo possui parâmetros de entrada dependentes de resultados experimentais, o estudo de técnicas e equipamentos de caracterização magnética também é considerado nesta pesquisa.

Além disso, realiza-se também uma pesquisa bibliográfica sobre materiais magnéticos especiais, em particular os nanocristalinos. Este assunto é pertinente, pois eles têm se mostrado muito eficazes para algumas aplicações específicas. Entre elas, destaca-se a parte de sensoriamento de corrente, em particular aquelas de baixa amplitude, menores que 5 ampères. Estes materiais apresentam características especiais, entre elas laços BH de diferentes formas

conforme o tratamento térmico aplicado (lineares, retangulares ou redondos), elevada permeabilidade e perdas magnéticas relativamente baixas quando comparadas às perdas das ligas de ferro-silício, normalmente utilizadas na fabricação de TCs. Essas características potencializam o emprego destes materiais em aplicações em que a diminuição de peso e de volume é relevante.

O algoritmo desenvolvido será executado no software LabVIEW, da National Instruments. A caracterização magnética dos materiais é um dos requisitos para esta tarefa, visto que depende dela a obtenção dos parâmetros do modelo. O modelo será testado utilizando dois TCs fabricados com materiais magnéticos distintos: um TC com núcleo magnético formado por um aço ferro-silício de grão orientado, pois é um material bastante comum na fabricação de transformadores, principalmente de formato toroidal, e outro TC construído com um material nanocristalino. As simulações serão realizadas para as duas amostras e os resultados serão comparados com os obtidos experimentalmente com o intuito de validar e concluir qual variação dos parâmetros de entrada melhor se adapta ao equacionamento proposto. Quanto ao software LabVIEW, trata-se de uma ferramenta muito utilizada em pesquisa e desenvolvimento, tanto no meio acadêmico quanto no industrial, pois possui uma interface gráfica amigável, possibilita uma programação em alto nível, além de permitir o fácil gerenciamento de equipamentos de medição. Por isso, acredita-se que um modelo adequado de TC neste software seja uma ferramenta importante para projetos de TCs. A visualização dos fenômenos eletromagnéticos no dispositivo (mesmo que aproximada) é útil para que o projetista tente minimizar efeitos indesejáveis no desempenho dos TCs utilizando técnicas de projeto adequadas.

### ***1.3 Organização da dissertação***

A estrutura de apresentação dos estudos realizados neste trabalho é feita com o objetivo de permitir que leitor possa compreender os assuntos de maneira clara e objetiva. Essa dissertação se divide basicamente em três grandes partes: a dedução de um modelo para transformadores de corrente, em especial os utilizados em instrumentação, baseado na caracterização magnética do núcleo dos dispositivos; a validação do modelo proposto com a comparação das simulações e dos ensaios; e um estudo sobre o estado da arte dos materiais nanocristalinos e suas potencialidades para diversas aplicações na indústria, bem como a utilização desses materiais no algoritmo desenvolvido.

No capítulo 2 inicia-se o desenvolvimento propriamente dito do trabalho com a apresentação do equacionamento eletromagnético que rege o comportamento de

transformadores. As não idealidades do dispositivo são estudadas mostrando-se as diferenças entre o modelo do transformador ideal e o modelo do transformador real. Além disso, uma forma de representar as perdas magnéticas através de resistências elétricas no circuito equivalente do transformador real é discutida.

O capítulo 3 mostra um estudo sobre as perdas magnéticas no núcleo dos dispositivos, o qual é fundamental para o algoritmo do TC real seja desenvolvido e compreendido. Em seguida, um procedimento para calcular as resistências de cada parcela das perdas é discutido, para que o circuito elétrico equivalente do transformador contenha todas (ou quase todas) as não idealidades representadas. Por fim, um algoritmo completo que inclui as perdas magnéticas é proposto.

No capítulo 4, o algoritmo desenvolvido é simulado para diversas combinações possíveis dos parâmetros de entrada. São consideradas três formas diferentes de representar a permeabilidade: constante, através da curva de magnetização inicial e através da curva de magnetização sem histerese. Além disso, todos os casos de consideração da permeabilidade são simulados para condições que incluem ou não as perdas magnéticas no modelo representadas por resistências equivalentes, resultando num total de seis simulações distintas. Os resultados de simulação são confrontados com dados obtidos da experimentação de uma amostra de TC fabricada com aço ferro-silício de grão orientado e as conclusões sobre qual melhor forma de considerar os parâmetros de entrada são obtidas.

No capítulo 5, um estudo sobre o estado da arte dos materiais nanocristalinos é apresentado. As potencialidades desses materiais especiais são discutidas e o modelo proposto nesta dissertação é testado também para estes materiais. As simulações com os parâmetros de entrada obtidos através da caracterização magnética dos materiais nanocristalinos são então comparadas com ensaios numa amostra de TC confeccionado com esse tipo de material magnético. Além disso, o material nanocristalino é comparado qualitativamente com o aço ferro-silício de grão orientado, também utilizado neste trabalho.

O trabalho termina com a apresentação, no capítulo 6, das conclusões obtidas ao longo dos meses de desenvolvimento da pesquisa. Algumas perspectivas para trabalhos futuros nesta área são também propostas.

# **CAPÍTULO 2 – CONCEITOS TEÓRICOS SOBRE TRANSFORMADORES**

## ***2.1 Introdução***

Os transformadores elétricos são dispositivos utilizados para transferir energia através de um acoplamento eletromagnético. Eles se baseiam no princípio da força eletromotriz induzida e são constituídos por dois ou mais enrolamentos, geralmente dispostos sobre um material ferromagnético. Existem diversos tipos e aplicações para estes dispositivos, por exemplo, transformadores de potência utilizados na geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, transformadores para operar em alta frequência (fontes chaveadas, conversores de frequência, etc.), transformadores de corrente, entre outros. Este trabalho será dedicado basicamente ao estudo dos transformadores de corrente (TC's), em particular os utilizados para sensoramento de corrente elétrica.

O guia do IEEE para aplicação de TC's em relés de proteção [6] define estes dispositivos como sendo transformadores de instrumentação que possuem o enrolamento primário conectado em série com o condutor que carrega a corrente que será medida ou controlada.

Os transformadores de corrente são comumente utilizados para sensoramento de correntes elétricas em sistemas de potência de corrente alternada. Nestes sistemas, as correntes normalmente são altas e os TC's reduzem seus níveis para os dispositivos de proteção e medição atuarem. Estes instrumentos podem ser encontrados em réles de proteção, disjuntores

eletrônicos, conversores de frequência, reguladores de tensão, ou, ainda, em qualquer lugar onde se deseje mensurar uma corrente elétrica alternada.

A Figura 2-1 ilustra uma aplicação típica de um TC ( $T_2$ ) utilizado numa instalação elétrica que contém também um transformador de tensão  $T_1$ . A resistência  $R_{\text{burden}}$  está conectada nos terminais do secundário do TC e representa sua carga. A queda de tensão sobre ela é definida com  $V_{R_{\text{burden}}}$ .

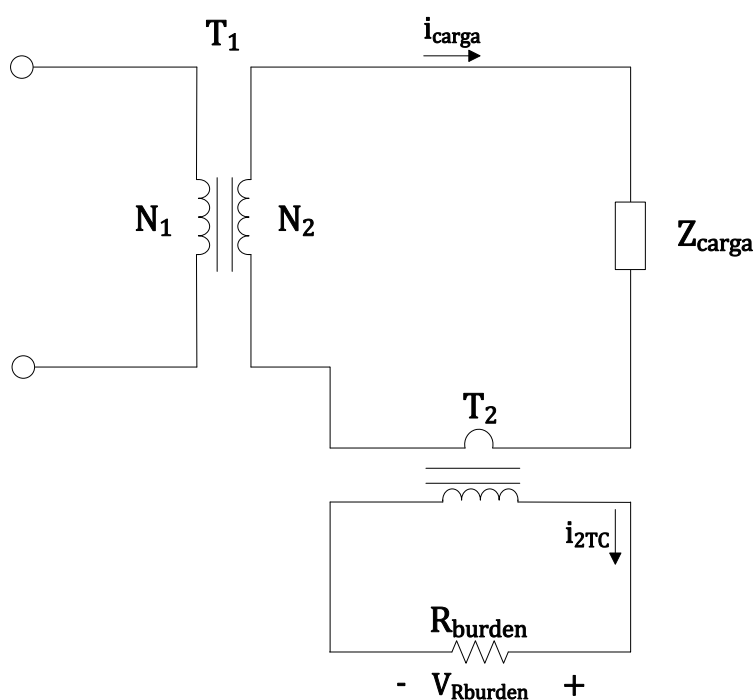


Figura 2-1 – Típica instalação elétrica mostrando o uso de transformadores de tensão ( $T_1$ ) e de corrente ( $T_2$ ).

Conceitualmente, do ponto de vista eletromagnético, não há diferenças entre os transformadores de tensão e os de corrente, pois os fenômenos físicos envolvidos se aplicam da mesma maneira a eles. Do ponto de vista prático, eles se diferenciam principalmente pela forma como são excitados eletricamente. Para o caso do transformador de potencial, a tensão elétrica no enrolamento secundário é imposta pela tensão de excitação no enrolamento primário de maneira proporcional à relação de espiras. A corrente elétrica é uma consequência da carga que está conectada ao transformador. Já os TC's se caracterizam por serem excitados por uma corrente elétrica no enrolamento primário que impõe uma corrente proporcional à relação de espiras no enrolamento secundário do TC, a priori independente da carga que está conectada ao dispositivo. Eles operam normalmente em curto circuito ou então com uma baixa impedância conectada nos terminais do secundário. Na prática, o limite da faixa de operação é obtido quando a tensão induzida no secundário (em função da corrente de excitação do primário) é tal que

provoque a saturação no núcleo [7]. De maneira simplificada, pode-se afirmar que o funcionamento de um transformador de corrente não é dependente da tensão nos seus terminais, mas sim limitado por ela.

Neste capítulo, inicialmente apresenta-se uma particularização para um dispositivo com geometria toroidal. Em seguida, apresentam-se duas deduções de circuitos elétricos equivalentes para representação dos fenômenos eletromagnéticos: o modelo ideal e o modelo real. Elas serão baseadas num equacionamento comumente utilizado para modelar transformadores de tensão, pois os conceitos eletromagnéticos envolvidos em ambos os dispositivos são os mesmos. Essas deduções foram baseadas na referência [8] e algumas modificações para adequá-las ao caso particular dos TC's são apresentadas.

## ***2.2 O núcleo toroidal***

Sabe-se que as leis de Maxwell permitem descrever qualquer dispositivo eletromagnético e, por isso, assume-se que as deduções desenvolvidas na sequência deste capítulo são válidas para qualquer geometria. Essa afirmação é válida tanto para o modelo ideal quanto para o modelo real. No entanto, optou-se por particularizar a análise para um tipo especial de geometria, a toroidal. Os transformadores de corrente utilizados neste trabalho para a experimentação e validação dos modelos desenvolvidos têm a forma de um toroide. Assim, os parâmetros relacionados com as dimensões físicas do modelo (por exemplo, área efetiva e caminho magnético médio) podem ser diretamente calculados conhecendo-se as grandezas dimensionais da amostra a ser testada. A mesma análise poderia ser particularizada para qualquer outra forma construtiva.

Mesmo que as deduções sejam independentes da geometria do dispositivo, é importante destacar que ela pode influenciar seu desempenho. Por exemplo, parâmetros tais como dispersão de fluxo, acoplamento magnético, perdas magnéticas, resistências dos enrolamentos, entre outros, podem mudar conforme a qualidade do material magnético utilizado na construção do instrumento, a bitola do fio dos enrolamentos e, invariavelmente, com sua forma geométrica. Não é escopo deste trabalho, porém, mensurar quantitativa nem qualitativamente as diferentes maneiras com que os transformadores de corrente podem ser fabricados. Particulariza-se para o caso toroidal apenas para facilitar a análise dos resultados obtidos na experimentação com essa forma de TC.

A experiência mostra, ainda, que a geometria toroidal é particularmente favorável na prática, pois as linhas de fluxos tendem a percorrer o material magnético numa direção de permeabilidade elevada, sem a presença de entreferros transversais [9]. Por outro lado, uma desvantagem desta forma de construção é o fato do processo de fabricação em larga escala ser mais complicado e oneroso do que para um transformador padrão (por exemplo, com geometria retangular).

Para facilitar a análise da interação entre as grandezas magnéticas e elétricas no dispositivo, o estudo do TC toroidal apresentado na sequência considera o modelo ideal e é baseado na referência [10]. As considerações necessárias para esse caso particular são apresentadas em detalhes na seção 2.3. A Figura 2-2 mostra a estrutura eletromagnética do transformador em questão. Ela auxiliará no equacionamento analítico do circuito magnético.

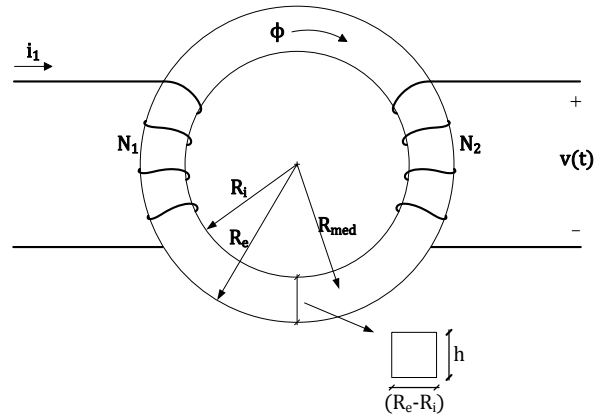


Figura 2-2 – Modelo eletromagnético do toroide com o secundário em aberto.

Inicialmente, considera-se que o enrolamento secundário está aberto, ou seja, não há circulação de corrente entre seus terminais.

Algumas condições são assumidas para o equacionamento matemático do modelo ideal, conforme segue: *a)* considera-se que o transformador é alimentado por uma fonte de tensão ideal, com impedância interna nula, com amplitude variável no tempo; *b)* os enrolamentos  $N_1$  e  $N_2$  que formam as bobinas são uniformemente distribuídos no espaço; *c)* o fluxo magnético é conservativo em todas as seções que cortam o domínio espacial da estrutura, conforme a segunda lei de Maxwell (2.1), pois o divergente da indução magnética é nulo, ou seja, as linhas de fluxo magnético são contínuas e formam somente caminhos fechados [10].

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (2.1)$$

A relação entre a estrutura física e a fonte de alimentação é determinada pela equação de Maxwell (2.2) sob a forma local ou por (2.3), sob a forma integral. A equação (2.3), conhecida como lei de Ampère, relaciona a força magnetomotriz (*f.m.m.*), que é a grandeza responsável pela criação do campo magnético devido ao movimento de cargas elétricas, a um campo magnético  $\vec{H}_1$  definido sobre um caminho magnético fechado  $l$ , de variação vetorial  $d\vec{l}$ . Em outras palavras, relaciona a corrente elétrica da fonte de energia com o campo magnético.

$$\text{rot}\vec{H}_1 = \vec{J} \quad (2.2)$$

$$N_1 i_1 = f.m.m. = \oint_l \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} \quad (2.3)$$

Já a equação de Maxwell (2.4) sob forma local ou (2.5) sob a forma integral relaciona o fluxo magnético (proveniente da ação da *f.m.m.*) com a força eletromotriz (*f.e.m.*) nos terminais do enrolamento secundário da bobina, ou seja, a tensão elétrica induzida no enrolamento secundário composto por  $N_2$  espiras. A equação (2.5) é conhecida como a lei da indução de Faraday-Lenz [10],[11].

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (2.4)$$

$$v(t) = f.e.m. = -\frac{dN_2\phi}{dt} = -N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (2.5)$$

As leis de Ampère e de Faraday regem a relação entre as grandezas magnéticas e elétricas no transformador. Neste trabalho, as grandezas vetoriais de indução magnética e de campo magnético têm apenas uma componente espacial e, portanto, serão tratadas como escalares. Assim, apenas a característica de intensidade dos vetores é utilizada.

Segundo a lei de Ampère (2.3), o campo magnético é função do tempo (por causa da variação da corrente no período) e do caminho magnético, em função do raio  $r$ . Para o caso da geometria toroidal, o campo magnético é distribuído no espaço no domínio da variável  $r$ , para  $R_i \leq r \leq R_e$ . Através do cálculo do valor médio de campo elétrico neste domínio encontra-se o campo magnético  $H_{med}(t)$  correspondente à corrente  $i_1(t)$  [10]. Observa-se que as duas grandezas estão em fase.



$$\oint \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} = \oint H_1(t) dl \cos 0^\circ = 2\pi r H_1(t) \quad (2.6)$$

para  $R_i \leq r \leq R_e$ .

$$H_1(t, r) = \frac{N_1}{2\pi} i_1(t) \frac{1}{r} \quad (2.7)$$

$$H_{med}(t) = \frac{1}{\Delta R} \int_{R_i}^{R_e} \frac{N_1}{2\pi} i_1(t) \frac{1}{r} dr = \frac{1}{R_e - R_i} \frac{N_1}{2\pi} i_1(t) \int_{R_i}^{R_e} \frac{1}{r} dr \quad (2.8)$$

$$H_{med}(t) = \frac{N_1}{2\pi(R_e - R_i)} \ln\left(\frac{R_e}{R_i}\right) i_1(t) \quad [\text{A/m}] \quad (2.9)$$

$$R_{med} = \frac{R_e - R_i}{\ln\left(\frac{R_e}{R_i}\right)} \quad [m] \quad (2.10)$$

A relação constitutiva (2.11) complementa essa dedução e relaciona o campo magnético com a indução magnética.

$$B_{med} = \mu H_{med} \quad (2.11)$$

Na sequência deste trabalho, assume-se que as grandezas de indução e campo magnéticos correspondem aos valores médios no núcleo. Por simplicidade, o subscrito “med” não será utilizado nos símbolos correspondentes.

O fluxo magnético  $\phi(t)$  é consequência da força magnetomotriz (*f.m.m.*). Fisicamente, representa as “linhas” de campo magnético atravessando uma superfície de maneira perpendicular. Ele é definido pela equação (2.12).

$$\phi(t) = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint B(r) dS \cos 0 = \mu \iint H_1(r) dS \quad (2.12)$$

$$S = h(R_e - R_i) \quad [m^2] \quad (2.13)$$

$$\phi(t) = \frac{\mu N_1 i_1(t)}{2\pi} \int_0^h \int_{R_i}^{R_e} \frac{1}{r} dr dz = \frac{\mu N_1 i_1(t)}{2\pi} h \ln\left(\frac{R_e}{R_i}\right) \quad [Wb] \quad (2.14)$$

Através da lei da indução de Faraday-Lenz (2.5) é possível relacionar a variação da indução magnética (fluxo magnético) com a tensão induzida no secundário, conforme (2.16).

$$v(t) = -N_2 \frac{d\phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt} \quad (2.15)$$

$$\frac{dB}{dt} = -\frac{1}{N_2 S} v(t) \quad (2.16)$$

O equacionamento desenvolvido até aqui mostra como interagem as grandezas elétricas e magnéticas, desde a fonte de potência conectada ao enrolamento primário até a tensão induzida no terminal secundário em aberto. Além disso, considerando as premissas assumidas para o modelo ideal, algumas conclusões podem ser destacadas: *a)* se a forma de onda de  $v(t)$  é senoidal pura, todas as outras grandezas elétricas e magnéticas possuem a mesma forma de onda; *b)* do ponto de vista magnético, a forma de onda do campo está em fase com a corrente elétrica, bem como com a indução magnética. *c)* do ponto de vista elétrico, a corrente do primário está adiantada de  $90^\circ$  em relação à tensão induzida. Assim, em um período, a energia elétrica transferida é nula; *d)* pela equação (2.5) verifica-se que a tensão elétrica induzida está atrasada de  $90^\circ$  em relação à indução magnética.

Para finalizar a particularização para o caso toroidal, acrescenta-se que não é objetivo deste trabalho estudar formas de onda de excitação diferentes da senoidal. Por exemplo, efeitos das formas de onda pulsadas, do tipo PWM, em que ocorrem variações abruptas da tensão para níveis distintos, não são levados em conta. Além disso, desprezam-se também fenômenos tais como o efeito pelicular, proximidade dos condutores elétricos e a variação das características dos materiais em função da temperatura, pois seus efeitos interferem muito menos do que outras imperfeições no modelo e nos processos de medição empregados [10].

### 2.3 O transformador ideal

A forma mais simples de representar o modelo elétrico equivalente do dispositivo em estudo é através do conceito do transformador ideal. Ele é constituído por dois enrolamentos magneticamente acoplados ( $N_1$  e  $N_2$ ) e as seguintes características devem ser satisfeitas:

- O coeficiente de acoplamento é unitário, ou seja, o fluxo magnético está inteiramente confinado no núcleo;
- O material ferromagnético possui permeabilidade infinita;
- As resistências dos enrolamentos do primário e secundário são nulas;
- O núcleo não apresenta perda magnética de qualquer natureza.

Com essas condições assumidas, é possível encontrar um equacionamento matemático que represente o circuito elétrico equivalente do transformador ideal.

### 2.3.1 O circuito elétrico do modelo ideal

A análise desenvolvida na seção 2.2 estabelece como interação as grandezas eletromagnéticas no dispositivo ideal, em particular para o caso toroidal. Para tal, considerou-se que nenhuma corrente circulava pelo terminal secundário. Com o intuito de deduzir as equações matemáticas que regem o modelo do circuito elétrico equivalente do transformador ideal em operação, faz-se necessário considerar a circulação de uma corrente também pelo terminal secundário ( $i_2$ ), pois se trata de uma condição de funcionamento dos transformadores de corrente.

Conforme indica o sinal negativo da equação (2.5), a polaridade da tensão induzida no secundário reflete uma reação contra o fluxo variável que a criou [12]. A lei de Lenz diz que o sentido da corrente elétrica induzida,  $i_2$ , é tal que o campo magnético criado por ela opõe-se a variação do campo magnético que a produziu. Na prática, comumente utiliza-se uma padronização conhecida como convenção do ponto, que diz: *“quando o sentido de referência da corrente é tal que ela entra no enrolamento pelo terminal assinalado com um ponto, a polaridade da tensão induzida no outro enrolamento é positiva no terminal assinalado por um ponto [12]”*. Esta convenção será adotada neste trabalho, pois minimiza a necessidade de se conhecer a maneira como as espiras estão enroladas e qual o sentido delas, simplificando a análise do circuito elétrico equivalente. Com a consideração da convenção do ponto e a definição dos sentidos das tensões e correntes, o sinal negativo na equação (2.5) é desconsiderado, pois seu significado físico já está implícito na análise. Fazendo uma analogia à teoria de circuitos elétricos, o núcleo sem perdas e com a convenção do ponto passa a ser representado por uma indutância pura, em que a corrente está atrasada de  $90^\circ$  em relação à tensão. Em [6], por exemplo, os autores apresentam um diagrama de fases de um TC considerando que o fluxo (indução magnética) está  $90^\circ$  atrasado (e não adiantado) em relação à tensão induzida (vide Figura 2-9).

Para este desenvolvimento, utiliza-se a Figura 2-3 como referência para mostrar a maneira como os enrolamentos estão dispostos na estrutura. Ela define também as polaridades das tensões e sentidos das correntes. Para determinar a polaridade da tensão e da corrente mutuamente induzidas no enrolamento secundário pela circulação da corrente  $i_1$  do primário, utiliza-se o método apresentado em [12]: a) escolhe-se arbitrariamente um dos lados do enrolamento composto por  $N_1$  e marca-se este terminal com um ponto; b) escolhe-se um sentido para a corrente  $i_1$  neste enrolamento; c) pela regra da mão direita encontra-se o sentido para o fluxo  $\phi_{m1}$  provocado por esta corrente de teste; d) escolhe-se arbitrariamente o terminal superior do segundo enrolamento ( $N_2$ ) e define-se um sentido para a corrente  $i_2$  neste terminal; e) pela regra da mão direita, encontra-se o sentido para o fluxo  $\phi_{m2}$  provocado pela corrente no segundo enrolamento; f) comparam-se os fluxos  $\phi_{m1}$  e  $\phi_{m2}$ , e, caso estejam no mesmo sentido, marca-se com um ponto o terminal no segundo enrolamento no qual a corrente está entrando. Se os fluxos tiverem sentidos contrários, assinala-se com um ponto o terminal onde a corrente no segundo enrolamento está saindo. Seguindo este procedimento, determina-se o sentido das polaridades de tensões e correntes conforme a disposição dos enrolamentos mostrados na Figura 2-4.

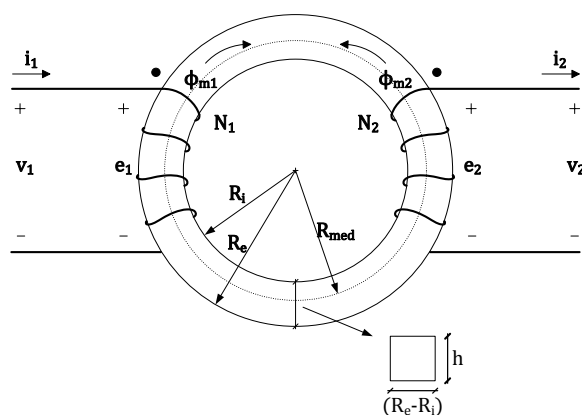


Figura 2-3 – Modelo eletromagnético do transformador ideal.

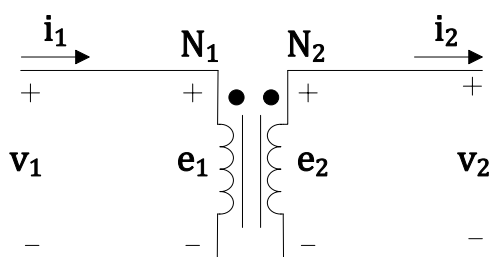


Figura 2-4 – Circuito elétrico equivalente do transformador ideal.

As equações que descrevem o comportamento do dispositivo são determinadas por (2.17) e (2.18), pois no modelo ideal as resistências dos enrolamentos são desprezadas.

$$v_1 = e_1 = \frac{d\lambda_{m1}}{dt} \quad (2.17)$$

$$v_2 = e_2 = \frac{d\lambda_{m2}}{dt} \quad (2.18)$$

O fluxo concatenado  $\lambda_{m1}$  representa o fluxo total passando pelo enrolamento  $N_1$  e  $\lambda_{m2}$  é o fluxo total passando pelo enrolamento  $N_2$ . Ambos podem ser reescritos como em (2.19) e (2.20).

$$\lambda_{m1} = N_1\phi \quad (2.19)$$

$$\lambda_{m2} = N_2\phi \quad (2.20)$$

O fluxo  $\phi$  é produzido pela ação conjunta de  $i_1$  e  $i_2$  e é dado por (2.21), conforme os sentidos indicados na Figura 2-3.

$$\phi = \phi_{m1} - \phi_{m2} \quad (2.21)$$

As equações de tensão podem então ser reescritas por (2.22) e (2.23).

$$v_1 = \frac{dN_1\phi}{dt} \quad (2.22)$$

$$v_2 = \frac{dN_2\phi}{dt} \quad (2.23)$$

No modelo ideal, a parcela da força magnetomotriz (2.3) necessária para gerar o fluxo é nula e, conseqüentemente, a corrente de magnetização também é nula. Assim, pode-se escrever a relação dada em (2.24), em que  $\vec{H}_{tot}$  representa o campo no núcleo.

$$\oint \vec{H}_{tot} \cdot d\vec{l} = N_1 i_1 - N_2 i_2 = \phi \mathcal{R} = 0 \quad (2.24)$$

Logo,

$$N_1 i_1 = N_2 i_2 \quad (2.25)$$

E

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad (2.26)$$

Como se trata de um sistema conservativo e não há perdas de qualquer tipo no modelo ideal, a potência na entrada do dispositivo deve ser a mesma da saída.

Assim,

$$v_1 i_1 = v_2 i_2 \quad (2.27)$$

Consequentemente,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.28)$$

Na análise de um TC, geralmente as grandezas do primário são referidas ao secundário. Uma impedância do primário vista pelo secundário é dada por (2.29).

$$z'_1 = \frac{v_2}{i_2} = \frac{\frac{N_2}{N_1} v_1}{\frac{N_1}{N_2} i_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 z_1 \quad (2.29)$$

Verifica-se que a impedância vista pela fonte é igual à impedância da carga multiplicada pela relação de espiras ao quadrado. Com este equacionamento, define-se o transformador elétrico ideal.

Embora o equacionamento desenvolvido na seção 2.3 defina, teoricamente, um transformador, sabe-se que o dispositivo existente na prática não opera exatamente conforme apresentado. A dedução obtida até aqui serve apenas para uma análise superficial do funcionamento do dispositivo real. Na prática, as considerações feitas para este modelo não se aplicam diretamente, pois se sabe que existem não linearidades intrínsecas ao material magnético e, ainda, perdas magnéticas associadas à transferência de energia do primário ao secundário. Para

se obter um estudo mais específico sobre o funcionamento destes dispositivos, apresenta-se o modelo do transformador real.

## 2.4 O transformador real

O equacionamento do transformador real tem por objetivo modelar todas (ou quase todas) as imperfeições e não linearidades não contempladas pelo modelo ideal. Para este último, apresentado na seção 2.3, foram feitas algumas considerações que não acontecem na prática. Não existe, por exemplo, um material que apresente permeabilidade infinita. O fluxo magnético não está confinado inteiramente no núcleo, pois existe dispersão de fluxo, e as resistências dos enrolamentos do primário e secundário não são nulas. Ainda, existem perdas magnéticas por histerese (relacionadas com as propriedades físicas do material) e dinâmicas (relacionadas com a frequência de operação) associadas à transferência de energia entre os enrolamentos. Um modelo que mais se aproxima dos fenômenos existentes num transformador real é apresentado na sequência.

### 2.4.1 O circuito elétrico equivalente do transformador real

A Figura 2-5 mostra um toroide representando o modelo real.

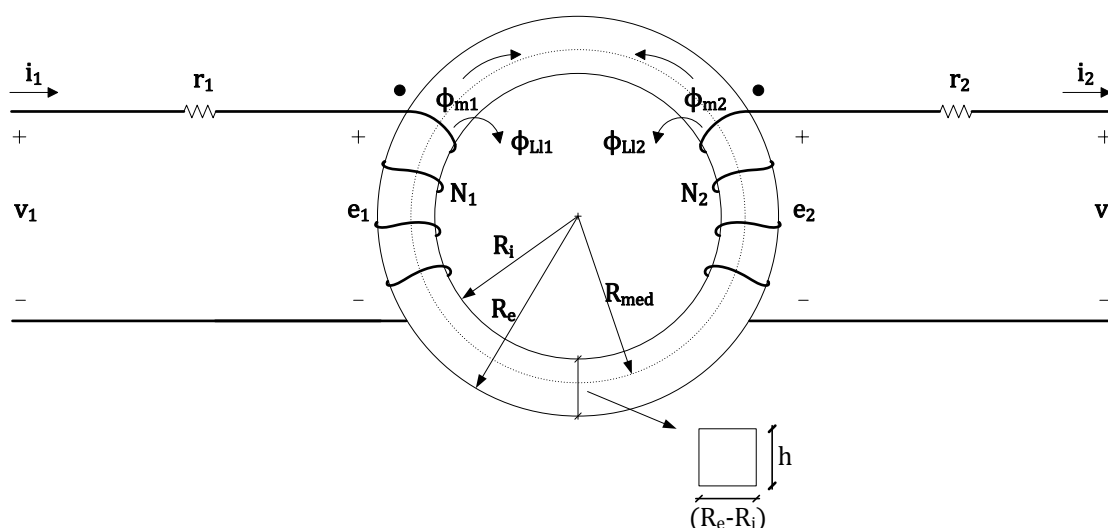


Figura 2-5 – Representação do transformador toroidal real.

Na primeira parte deste desenvolvimento, as perdas magnéticas associadas à transferência de energia entre o primário e o secundário do TC não serão consideradas. Isto porque o equacionamento matemático que representa o circuito elétrico equivalente do

dispositivo real fica mais simples dessa forma. Entretanto, seus efeitos serão adicionados no final da dedução, obtendo-se, assim, o modelo completo que será utilizado como base para o algoritmo apresentado neste trabalho.

Considera-se que os enrolamentos possuem resistências diferentes de zero, representadas por  $r_1$  e  $r_2$ . Além disso, o material magnético do núcleo possui permeabilidade finita e é, ainda, saturável. Por essas razões, há um fluxo disperso no ar nos enrolamentos da estrutura, o qual é considerado.

Utilizando conceitos de circuitos elétricos, aplica-se a lei das malhas e escrevem-se as equações (2.30) e (2.31).

$$v_1 = r_1 i_1 + e_1 \quad (2.30)$$

$$v_2 = -r_2 i_2 + e_2 \quad (2.31)$$

As tensões  $e_1$  e  $e_2$  são determinadas por (2.32) e (2.33).

$$e_1 = \frac{d\lambda_{m1}}{dt} \quad (2.32)$$

$$e_2 = \frac{d\lambda_{m2}}{dt} \quad (2.33)$$

Substituindo as equações (2.32) e (2.33) nas equações (2.30) e (2.31), encontra-se:

$$v_1 = r_1 i_1 + \frac{d\lambda_{m1}}{dt} \quad (2.34)$$

$$v_2 = -r_2 i_2 + \frac{d\lambda_{m2}}{dt} \quad (2.35)$$

Os fluxos concatenados são determinados pelas equações (2.36) e (2.37), que levam em conta os fluxos dispersos e a ação de  $\phi_{m1}$  e  $\phi_{m2}$  em cada enrolamento.

$$\lambda_{m1} = N_1 \phi_1 = N_1 [\phi_{m1} + \phi_{Ll1} - \phi_{m2}] \quad (2.36)$$



$$\lambda_{m2} = N_2 \phi_2 = N_2 [\phi_{m1} - \phi_{m2} - \phi_{Ll2}] \quad (2.37)$$

Substituindo (2.36) e (2.37) em (2.34) e (2.35), encontra-se:

$$v_1 = r_1 i_1 + \frac{d}{dt} (N_1 [\phi_{m1} + \phi_{Ll1} - \phi_{m2}]) \quad (2.38)$$

$$v_2 = -r_2 i_2 + \frac{d}{dt} (N_2 [\phi_{m1} - \phi_{m2} - \phi_{Ll2}]) \quad (2.39)$$

Cada parcela dos fluxos pode ser calculada com o auxílio da equação (2.40), que relaciona as correntes em cada enrolamento com o fluxo e a relutância do núcleo.

$$\sum_{k=1}^n N_k i_k = \phi \mathcal{R} \quad (2.40)$$

em que  $k$  é o número de enrolamentos,  $\phi$  representa o fluxo no núcleo e  $\mathcal{R}$  é a relutância magnética, calculada de acordo com:

$$\mathcal{R} = \frac{l_m}{\mu S} \quad (2.41)$$

em que  $l_m$  é o caminho médio do campo magnético. Nesse trabalho, o  $l_m$  é considerado de maneira simplificada como sendo o caminho médio geométrico. Contudo, sabe-se que o  $l_m$  varia também com a distribuição do campo magnético, com o laço BH, entre outros fatores. Essa variação do  $l_m$  é difícil de ser avaliada por métodos analíticos e não é considerada. Alguns trabalhos analisam a variação do  $l_m$  por meio de métodos numéricos.

Aplicando-se o princípio da superposição na equação (2.40), em que cada fluxo é calculado individualmente (seus efeitos serão somados), define-se cada fluxo como sendo:

$$\phi_{m1} = \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}} \quad (2.42)$$

$$\phi_{m2} = \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}} \quad (2.43)$$

$$\phi_{Ll1} = \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_{ar}} \quad (2.44)$$

$$\phi_{Ll2} = \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_{ar}} \quad (2.45)$$

Substituindo (2.42), (2.43), (2.44) e (2.45) em (2.38) e (2.39), vem:

$$v_1 = r_1 i_1 + N_1 N_1 \frac{d}{dt} \left( \frac{i_1}{\mathcal{R}} \right) + N_1 N_1 \frac{d}{dt} \left( \frac{i_1}{\mathcal{R}_{ar}} \right) - N_1 N_2 \frac{d}{dt} \left( \frac{i_2}{\mathcal{R}} \right) \quad (2.46)$$

$$v_2 = -r_2 i_2 - N_2 N_2 \frac{d}{dt} \left( \frac{i_2}{\mathcal{R}} \right) - N_2 N_2 \frac{d}{dt} \left( \frac{i_2}{\mathcal{R}_{ar}} \right) + N_2 N_1 \frac{d}{dt} \left( \frac{i_1}{\mathcal{R}} \right) \quad (2.47)$$

Apesar de a relutância ser variável no tempo devido à variação da permeabilidade em função da indução magnética, a qual varia no tempo, os algoritmos que serão propostos neste trabalho consideram que ela é constante para cada intervalo de tempo da simulação. Essa suposição é válida se o valor da permeabilidade for recalculado a cada iteração para cada valor de indução. Com isso, é possível remover o termo  $\mathcal{R}$  das derivadas das equações (2.46) e (2.47), pois ele se torna constante para cada passo da simulação.

Pode-se, então, definir:

$$L_{m1} \triangleq \frac{N_1^2}{\mathcal{R}} \quad (2.48)$$

$$L_{m2} \triangleq \frac{N_2^2}{\mathcal{R}} \quad (2.49)$$

As linhas de fluxo disperso estão concentradas sobre caminhos que incluem, na maior parte, ar e cobre. Elas são diretamente proporcionais às correntes que as produzem e os parâmetros que as representam são considerados lineares. Definem-se então as indutâncias de dispersão do primário e do secundário por (2.50) e (2.51), respectivamente. A relutância correspondente ao caminho para os fluxos de dispersão é dada por (2.52).

$$L_{Ll1} \triangleq \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{ar}} \quad (2.50)$$

$$L_{Ll2} \triangleq \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{ar}} \quad (2.51)$$

$$\mathcal{R}_{ar} = \frac{l_{ar}}{\mu_0 S_{ar}} \quad (2.52)$$

A indutância mútua, que representa o acoplamento magnético dos enrolamentos, é definida por (2.53).

$$L_{12} = L_{21} \triangleq \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} \quad (2.53)$$

Dividindo-se (2.48) por (2.49), obtém-se:

$$\frac{L_{m1}}{L_{m2}} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \quad (2.54)$$

A equação (2.53) pode ser reescrita em termos de  $L_{m2}$  (2.55) ou de  $L_{m1}$  (2.56).

$$L_{12} = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} \frac{N_2}{N_2} = \frac{N_1 N_2^2}{N_2 \mathcal{R}} = \frac{N_1}{N_2} L_{m2} \quad (2.55)$$

$$L_{12} = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} \frac{N_1}{N_1} = \frac{N_2 N_1^2}{N_1 \mathcal{R}} = \frac{N_2}{N_1} L_{m1} \quad (2.56)$$

A dedução resulta no sistema representado pelas equações (2.57) e (2.58). Elas representam o comportamento das grandezas elétricas no TC sem a consideração das perdas.

$$v_1 = r_1 i_1 + L_{m1} \frac{di_1}{dt} + L_{Ll1} \frac{di_1}{dt} - \frac{N_1}{N_2} L_{m2} \frac{di_2}{dt} \quad (2.57)$$

$$v_2 = -r_2 i_2 - L_{m2} \frac{di_2}{dt} - L_{Ll2} \frac{di_2}{dt} + \frac{N_2}{N_1} L_{m1} \frac{di_1}{dt} \quad (2.58)$$

Ao contrário do modelo ideal, sabe-se que é necessária a manutenção do fluxo de magnetização no dispositivo real. Neste caso, portanto, o produto do fluxo pela relutância ( $\phi \cdot \mathcal{R}$ ) da equação (2.24) não é nulo, pois o valor da relutância é diferente de zero. Este fluxo de magnetização é mantido por efeito de uma corrente elétrica confinada no núcleo, conhecida como corrente de magnetização.

A próxima equação mostra como se relaciona a força magnetomotriz, proveniente da excitação do sistema ( $N_1 i_1$ ), com as parcelas de campo magnético envolvidas no sistema eletromagnético.

$$\begin{aligned} f.m.m. &= \oint \vec{H}_1 \cdot \vec{dl} = N_1 i_1 = \\ &= \oint \vec{H}_{tot} \cdot \vec{dl} + \oint \vec{H}_2 \cdot \vec{dl} + \oint \vec{H}_{l1} \cdot \vec{dl}_{l1} + \oint \vec{H}_{l2} \cdot \vec{dl}_{l2} \end{aligned} \quad (2.59)$$

em que  $\vec{H}_1$  é o campo magnético proveniente da ação da  $f.m.m.$ ,  $\vec{H}_{tot}$  é o campo magnético total no núcleo, que inclui as parcelas de magnetização e de perdas (quando consideradas),  $\vec{H}_2$  é o campo magnético provocado pela circulação de  $i_2$ ,  $\vec{H}_{l1}$  e  $\vec{H}_{l2}$  são os campos magnéticos correspondentes às dispersões em cada enrolamentos e  $\vec{dl}$ ,  $\vec{dl}_{l1}$  e  $\vec{dl}_{l2}$  são os elementos diferenciais de comprimento, em que cada parcela de campo está definida.

Para uma análise quantitativa dos transformadores de corrente e também para facilitar o desenvolvimento do algoritmo de simulação, geralmente as grandezas do primário são referidas ao secundário. Para isso, utiliza-se o artifício de usar um transformador ideal. O modelo proposto neste trabalho considera que as grandezas do primário estão referidas ao secundário, onde incorrerá toda a análise física e matemática do dispositivo real. Do modelo ideal, tem-se a equação (2.60), em que os elementos com o símbolo (') representam a respectiva grandeza do primário referida ao secundário.

$$i_1' = \frac{N_1}{N_2} i_1 \quad (2.60)$$

Considerando-se a invariância da potência entre o primário e o secundário do transformador para o caso do modelo ideal, pois o sistema é conservativo e não há perdas de qualquer natureza neste modelo, escreve-se:

$$i_1' v_1' = i_1 v_1 \quad (2.61)$$

Logo,

$$v_1' = \frac{N_2}{N_1} v_1 \quad (2.62)$$

Uma impedância do primário referida ao secundário é dada por:

$$z'_1 = \frac{v'_1}{i'_1} = \frac{\frac{N_2}{N_1} v_1}{\frac{N_1}{N_2} i_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 z_1 \quad (2.63)$$

A partir das equações (2.57) e (2.58) e utilizando as relações definidas por (2.60), (2.62) e (2.63), tem-se:

$$v'_1 = r'_1 i'_1 + L_{m2} \frac{di'_1}{dt} + L'_{Ll1} \frac{di'_1}{dt} - L_{m2} \frac{di_2}{dt} \quad (2.64)$$

$$v_2 = -r_2 i_2 - L_{m2} \frac{di_2}{dt} - L_{Ll2} \frac{di_2}{dt} + L_{m2} \frac{di'_1}{dt} \quad (2.65)$$

Este sistema de equações pode ser representado na forma de um circuito elétrico, como mostra a Figura 2-6.

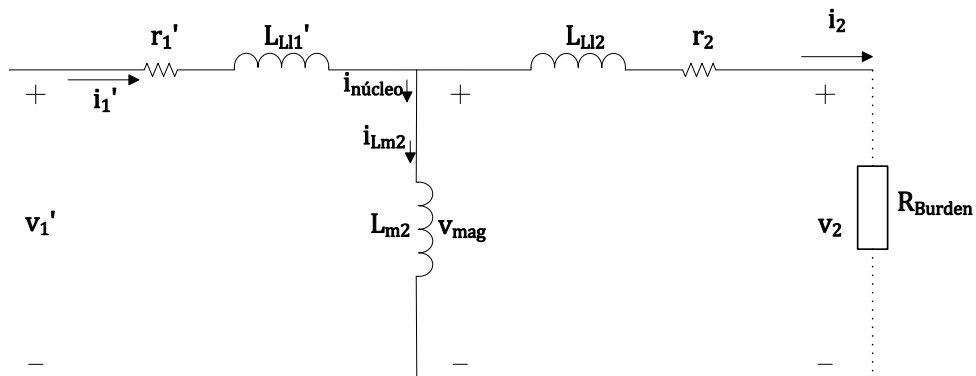


Figura 2-6 – Circuito elétrico equivalente para o modelo real sem a consideração das perdas magnéticas.

As equações (2.64) e (2.65) podem ser reescritas na forma matricial, conforme abaixo:

$$\begin{bmatrix} v'_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r'_1 & 0 \\ 0 & -r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{m2} + L'_{Ll1} & -L_{m2} \\ L_{m2} & -(L_{m2} + L_{Ll2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di'_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Esta equação matricial pode ser escrita como:

$$Y = Ax + M\dot{x} \quad (2.67)$$

A solução desta equação é dada por:

$$\dot{x} = M^{-1}(Y - Ax) \quad (2.68)$$

Comparando-se (2.66) com (2.67), obtêm-se as relações abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} r_1' & 0 \\ 0 & -r_2 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

$$M = \begin{bmatrix} L_{m2} + L_{Ll1}' & -L_{m2} \\ L_{m2} & -(L_{m2} + L_{Ll2}) \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Com esta análise, o conjunto de equações diferenciais (2.71) é obtido para a solução do modelo.

$$\begin{bmatrix} \frac{di_1'}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{m2} + L_{Ll1}' & -L_{m2} \\ L_{m2} & -(L_{m2} + L_{Ll2}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1' - r_1' i_1' \\ v_2 + r_2 i_2 \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

O sistema de (2.71) considera, das não idealidades inicialmente supostas para o modelo real, as perdas por efeito joule nos enrolamentos, representadas por  $r_1$  e  $r_2$ , as dispersões de fluxo dos enrolamentos, representadas por  $L_{Ll1}$  e  $L_{Ll2}$ , e uma permeabilidade magnética finita, representada por  $L_{m2}$  (vide equações (2.49) e (2.41)).

Analisando o circuito elétrico equivalente com o primário referido ao secundário na Figura 2-6, observa-se que o fato de  $L_{m2}$  ser uma grandeza finita indica que há um caminho, antes inexistente no modelo ideal, para que a corrente do primário  $i_1'$  “desvie” pelo núcleo, resultando num erro de amplitude e de fase da corrente  $i_2$  quando comparada a  $i_1'$ . Essa corrente que circula por  $L_{m2}$  no núcleo é também conhecida como corrente de magnetização, dada por (2.73). Ela pode ser interpretada como a corrente necessária para a manutenção do fluxo magnético no núcleo, pois a parcela da força magnetomotriz necessária para gerá-lo no modelo real é não nula. Conclui-se que, quanto maior for a permeabilidade do material, menor será a relutância magnética do núcleo, maior será o valor de  $L_{m2}$  e, conseqüentemente, menor será o erro de  $i_2$  em relação a  $i_1'$ , conforme equação (2.73) (observa-se que, idealmente,  $i_{Lm2}$  é igual a zero e  $i_1'$  é igual a  $i_2$ ).

São, então, definidas as grandezas tensão sobre a indutância de magnetização “ $v_{mag}$ ” (tensão induzida) e corrente no núcleo “ $i_{núcleo}$ ” por (2.72) e (2.73), respectivamente:

$$v_{mag} = L_{m2} \frac{d}{dt} (i_1' - i_2) = v_1' - r_1' i_1' - L_{Ll1} \frac{di_1'}{dt} \quad (2.72)$$

$$i_{núcleo} = i_1' - i_2 = i_{Lm2} \quad (2.73)$$

Conforme explicado no início desta seção, as perdas magnéticas ainda não foram consideradas na dedução. A existência delas é facilmente percebida na prática, pois a relação entre a corrente do primário e do secundário não satisfaz com precisão o sistema indicado em (2.71). Ainda, percebe-se que a potência de entrada é diferente da potência de saída do transformador, fato que indica perdas inerentes a transferência de potência pelo núcleo. Para que o modelo real seja completo e preciso, é imperativa a consideração das perdas magnéticas, conforme será mostrado na sequência.

#### 2.4.2 Inclusão das perdas magnéticas na magnetização do núcleo

A corrente de magnetização necessária para manutenção do fluxo no núcleo é representada pela corrente que circula pela indutância  $L_{m2}$ . Conforme visto, para a representação completa do fenômeno de magnetização do núcleo devem-se incluir no circuito elétrico equivalente as perdas magnéticas.

Na teoria de circuitos, o elemento que representa o consumo de potência ativa é o resistor. A abordagem utilizada neste trabalho para modelar as perdas magnéticas consiste em associar ao elemento puramente magnético (indutor) um resistor equivalente. Num circuito elétrico qualquer, a soma da potência ativa em cada resistência é igual à perda total obtida na entrada do circuito. Esse fato, sozinho, não indica como a resistência deve estar disposta no circuito elétrico equivalente, ou seja, não define se a resistência deve estar em série e/ou em paralelo com o elemento magnético. Além disso, por o núcleo magnético ser essencialmente não linear, não é possível obter uma função de transferência verdadeira e válida para qualquer ponto de operação através do tradicional método de resposta ao degrau do sistema [10]. Surge, então, a seguinte questão: como deve ser inserido um resistor no circuito elétrico da Figura 2-6 para representar de maneira adequada as perdas magnéticas? Em [10], o autor faz uma análise interessante sobre este assunto, que será utilizada como base para a discussão apresentada na sequência.

As perdas magnéticas são função da variação da indução no material, ou seja, da mudança instantânea da magnetização do material provocada por um campo magnético proporcional à corrente elétrica. Para um sistema com núcleo ferromagnético submetido a formas de onda que evoluem em função do tempo, duas condições pertinentes devem ser contempladas:

1. A resistência, consequência da perda, é função da variação instantânea da indução. A tensão sobre o elemento puramente magnético impõe o valor da indução no material e vice versa.
2. O núcleo, ao drenar uma energia dissipada, não deve interferir nos valores máximos da indução e do campo magnético no núcleo.

Experimentalmente, verifica-se que praticamente não há diferença para os valores de indução magnética máxima quando ocorre apenas a perda por histerese em relação a quando ocorrem também as outras perdas (ensaios a 1 Hz e 50 Hz, respectivamente). Se a resistência equivalente às perdas estivesse em série com a indutância de magnetização ( $L_{m2}$ ), necessariamente a mesma corrente circularia pelos dois elementos. Nesta hipótese errônea, a tensão induzida máxima sobre  $L_{m2}$  (correspondente à indução magnética máxima) deveria mudar para outro valor máximo quando ocorresse um aumento na frequência de operação (aumento das perdas), o que não se verifica na prática. A perda magnética no núcleo é calculada através da área do laço BH. Com ensaios, verifica-se que quando a frequência de operação passa de 1 Hz para 50 Hz numa mesma indução máxima de teste, há um aumento na área do laço, correspondendo a um aumento na perda devido ao aumento da frequência. Para aumentar a área interna e manter os valores máximos de campo e indução magnética, a forma de onda do campo deve mudar (mudança do conteúdo harmônico na forma de onda) sem mudar o valor máximo, lembrando que a forma de onda da indução é mantida senoidal neste tipo de ensaio. Outro parâmetro que afeta o aumento da área é a defasagem entre a forma de onda do campo com a da indução magnética. Eletricamente, para manter os valores máximos de tensão e corrente sob um circuito e ajustar a defasagem entre a tensão e a corrente, utiliza-se um circuito RL paralelo. Portanto, através da defasagem entre corrente e tensão, controla-se o fluxo de energia ativa e, através da saturação do material, o conteúdo harmônico passa a ser definido. Conclui-se dessa discussão que a resistência elétrica equivalente do modelo do núcleo deve estar em paralelo com a indutância de magnetização. Assim, o valor da indução é realmente regido pela tensão induzida no núcleo e este mesmo valor produz a perda associada ao dispositivo. O circuito elétrico equivalente é apresentado na Figura 2-7. A equação (2.73) pode ser reescrita como:



$$i_{n\acute{u}cleo} = i_1' - i_2 = i_{Req} + i_{Lm2} \quad (2.74)$$

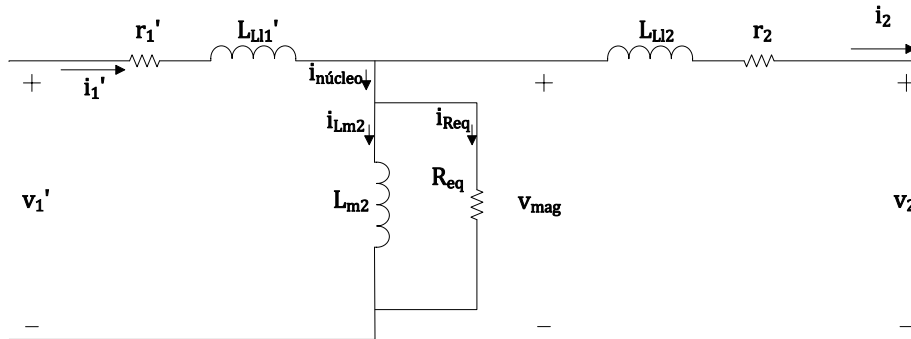


Figura 2-7 – Circuito elétrico equivalente do modelo real considerando as perdas magnéticas.

Do ponto de vista magnético, a equação (2.74) pode ser representada em função das parcelas de campo magnético, conforme a equação (2.75). O campo magnético  $H_{ah}$  está relacionado com a corrente  $i_{Lm2}$  e, no caso da consideração das perdas, existe também um campo magnético relacionado com de  $i_{Req}$ . O campo total no núcleo, simbolizado por  $H_{tot}$ , é a soma das parcelas do campo  $H_{ah}$  com o campo  $H_{Req}$ . A Figura 2-8 ilustra essa questão.

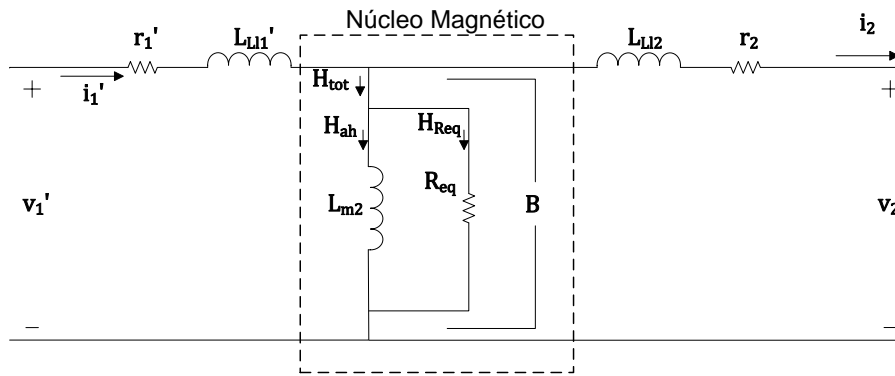


Figura 2-8 – Grandezas eletromagnéticas no interior do núcleo.

$$H_{tot} = H_{ah} + H_{Req} = \frac{N_2 i_{Lm2}}{l_m} + \frac{N_2 i_{Req}}{l_m} \quad (2.75)$$

O modelo elétrico equivalente de um transformador real com a inclusão das perdas magnéticas representadas por uma resistência equivalente é então estabelecido. Para auxiliar na compreensão e no desenvolvimento do algoritmo de simulação, apresenta-se, ainda, um diagrama de fases na Figura 2-9 considerando uma carga resistiva conectada no secundário do TC. Este diagrama de fases, baseado na referência [6], mostra a interação entre as grandezas

eletromagnéticas no dispositivo e desconsidera o sinal da equação (2.5), pelas razões explicadas na seção 2.3.1. O algoritmo proposto no capítulo 3 utiliza este diagrama de fases como referência para o cálculo das grandezas. O ângulo  $\lambda$  representa o erro de fase entre  $i_1'$  e  $i_2$ .

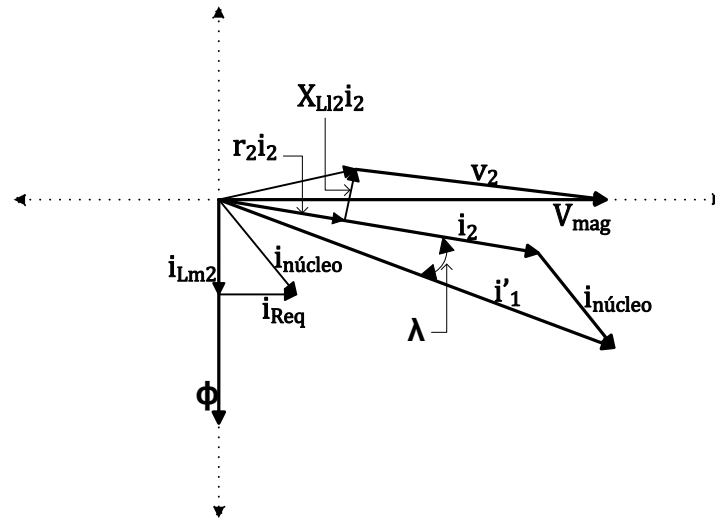


Figura 2-9 - Diagrama de fases das grandezas elétricas e magnéticas considerando uma carga resistiva.

## 2.5 Considerações finais

As equações diferenciais representadas por (2.71) em conjunto com a consideração das perdas magnéticas de (2.74) formam o equacionamento matemático para modelagem de um transformador qualquer considerando praticamente todos os efeitos perceptíveis em regimes quase estáticos. Elas são a base do algoritmo para simulação proposto neste trabalho. A resistência equivalente no circuito elétrico deve ser determinada com base nos conceitos relacionados às perdas magnéticas. No capítulo 3, as perdas são abordadas com detalhes e uma forma de como calcular a resistência equivalente é apresentada.

De maneira geral, a característica magnética do material do núcleo é de grande importância, visto que quanto mais elevada for a permeabilidade magnética e mais baixa for a força coercitiva, menor será a corrente de excitação necessária para estabelecer a densidade de fluxo magnético adequada para o funcionamento do dispositivo [9].

O equacionamento apresentado neste capítulo permite também entender por que um transformador de corrente não pode operar com o secundário em aberto. A lei de Ampère apresentada por (2.3) é repetida aqui considerando uma corrente no secundário. Ela relaciona as correntes nos enrolamentos com o campo magnético  $\vec{H}_{tot}$  total do núcleo:

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \oint \vec{H}_{tot} \cdot d\vec{l} \quad (2.76)$$

Na hipótese de circuito aberto no secundário ( $i_2 = 0$ ), desprezando-se os fluxos dispersos e considerando as grandezas em apenas uma direção no espaço, a equação (2.76) pode ser reescrita como:

$$H_{tot} = \frac{N_1 i_1}{l_m} \quad (2.77)$$

A indução magnética é calculada através da relação constitutiva dada em (2.11), sendo que  $\mu$  é a permeabilidade magnética do material:

$$B = \mu H_{tot} = \mu \frac{N_1 i_1}{l_m} \quad (2.78)$$

Da lei de Faraday (2.5), a tensão induzida no enrolamento secundário é dada por:

$$v_2(t) = -N_2 \frac{d\phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt} \quad (2.79)$$

Em um transformador de tensão, a diferença de potencial é imposta e a corrente elétrica no primário é consequência da impedância vista pela fonte de alimentação. Caso essa impedância esteja corretamente dimensionada para a tensão aplicada, circulará pelo enrolamento do primário apenas uma corrente necessária à manutenção do fluxo no núcleo e ele não saturará, mesmo que os terminais do secundário estejam em aberto.

Para um transformador de corrente, a impedância de entrada é caracteristicamente baixa. Comumente, o enrolamento do primário é formado por apenas uma espira (barramento). Além disso, ao contrário do caso supracitado, a corrente elétrica  $i_1$  é imposta pela corrente de carga que circula pelos terminais do primário (vide Figura 2-1). Neste caso, essa corrente pode provocar um campo magnético muito alto no interior do núcleo, conforme mostra a equação (2.77), dependendo do nível da corrente  $i_1$ . Para ilustrar a consequência de um campo magnético elevado no núcleo, apresenta-se a Figura 2-10 que mostra uma curva de permeabilidade *versus* campo magnético máximo de um aço de grão orientado utilizado frequentemente na fabricação de TCs.

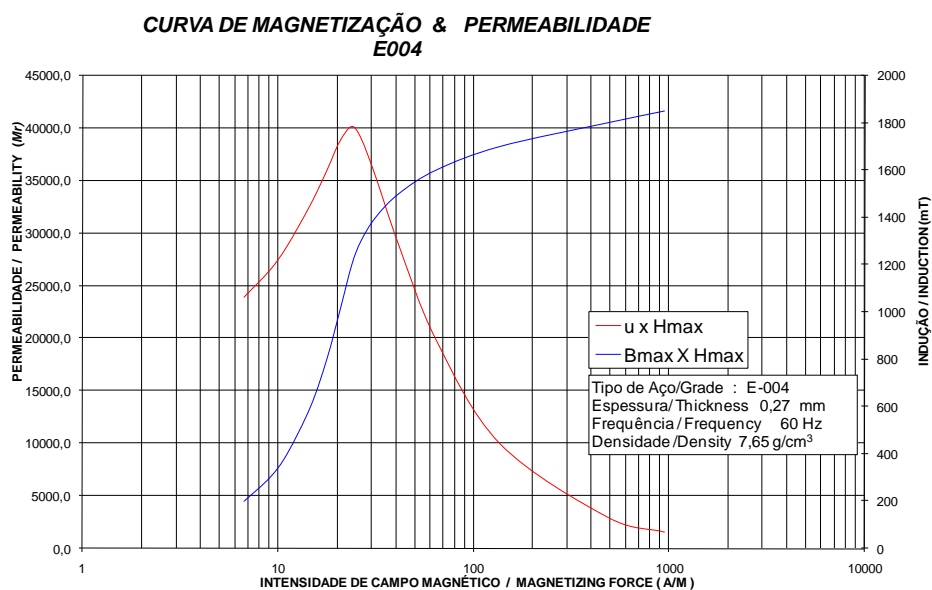


Figura 2-10 – Curva de permeabilidade *versus* campo magnético máximo de um aço GO E004 da Acesita [13].

A análise da Figura 2-10 em conjunto com a relação constitutiva (2.78) indica que o material magnético tenderá a entrar em saturação já para baixos valores de corrente. Mais do que isso, uma corrente  $i_1$  senoidal poderia provocar níveis de saturação elevados e uma variação praticamente instantânea entre  $+B_{sat}$  e  $-B_{sat}$  em função do tempo, dependendo da sua amplitude e das características físicas do material (como área transversal efetiva e caminho magnético médio). A equação (2.79) mostra que a tensão elétrica  $v_2$  induzida no secundário é diretamente proporcional à derivada da indução magnética. Ou seja, uma variação brusca da indução tende a provocar uma tensão elevada no secundário. Essa é a principal razão que explica por que os transformadores de corrente não podem operar com o secundário em aberto. Na prática, a tensão induzida no enrolamento em aberto pode chegar à ordem de kVs mesmo para correntes nos níveis da corrente nominal do TC. Esse fato provavelmente seria destrutivo para o dispositivo, pois poderia ocasionar sérias falhas na isolação devido a picos de alta tensão nos terminais do secundário.

# **CAPÍTULO 3 – AS PERDAS MAGNÉTICAS E O ALGORITMO DE SIMULAÇÃO DO TC REAL**

## ***3.1 Introdução***

No capítulo 2, discorreu-se sobre a teoria elementar dos transformadores de correntes e modelagens para o caso ideal e real foram apresentadas. Para que o modelo real esteja completo, faz-se necessária a inclusão de uma resistência equivalente em paralelo com a indutância de magnetização  $L_{m2}$  para representar as perdas magnéticas. O objetivo deste capítulo é apresentar um modelo completo para o circuito equivalente do transformador real, o qual inclui também a representação das perdas. Discutem-se primeiramente os fenômenos associados a elas e maneiras de como obtê-las através de cálculos analíticos, utilizando parâmetros provenientes da experimentação. As resistências equivalentes que representam as perdas são então definidas. Em seguida, um algoritmo de simulação é proposto com base no equacionamento apresentado no capítulo 2, considerando uma pequena adaptação para a simulação dos casos sem ou com perdas incluídas no modelo.

## ***3.2 As perdas magnéticas***

### ***3.2.1 Introdução***

As perdas magnéticas são consequência da circulação de um campo magnético, variável no tempo, através de um meio magnético. De maneira geral, as perdas magnéticas se dividem em

dois grupos: a perda estática de histerese magnética (modelo clássico) e a perda dinâmica, a qual engloba as perdas por correntes induzidas (modelo clássico) e as perdas excedentes.

Para modelar qualquer dispositivo eletromagnético com razoável precisão, é imperativo conhecer como se comportam as perdas magnéticas, visto que elas influenciam no rendimento das máquinas e nos valores absolutos e no conteúdo harmônico das grandezas tensão e corrente no dispositivo. Numerosos estudos têm sido realizados para modelar as perdas magnéticas nos dispositivos eletromagnéticos sob regimes senoidais e não senoidais. Não é objetivo deste trabalho, porém, aprofundar os estudos no que diz respeito às perdas magnéticas. Por isso, serão apresentados os modelos já existentes na literatura normalmente empregados na modelagem delas.

Do ponto de vista magnético, a perda total no núcleo do dispositivo está relacionada com a área do laço BH para cada ponto de operação e pode ser calculada por (3.1). A equação (3.2) mostra a perda em  $J/kg$  e  $m_v$  é a densidade específica do material, em  $kg/m^3$ . O campo magnético  $H$  e a indução magnética  $B$  das equações supracitadas são obtidos através da lei de Ampère (2.3) e da lei da indução de Faraday-Lenz (2.5), apresentadas no capítulo 2.

$$W_t = \int_0^B H dB \quad [J/m^3] \quad (3.1)$$

$$W_t = \frac{1}{m_v} \int_0^B H dB \quad [J/kg] \quad (3.2)$$

A equação (3.3) mostra a perda em  $W/kg$ , bastando para isso multiplicar a equação (3.2) pela frequência:

$$P_t = W_t f \quad [W/kg] \quad (3.3)$$

### 3.2.2 Perda magnética por histerese

A perda magnética quase estática de histerese faz parte do modelo clássico de perdas magnéticas, que engloba também as perdas por correntes induzidas. Para entender a origem da perda por histerese, é importante conhecer um pouco da física dos materiais ferromagnéticos.

Conforme abordado em [10], um elétron ao girar ao redor de seu núcleo magnético tem o efeito semelhante a uma corrente elétrica em forma de anel. Através da lei de Ampère, sabe-se

que uma corrente elétrica gera um campo magnético. Conclui-se que os materiais, os quais são formados por átomos, possuem internamente campos magnéticos mais ou menos ordenados. Em algumas substâncias esse efeito não é significativo, porém em outras os efeitos são pronunciados. Estas últimas são chamadas de materiais ferromagnéticos. Define-se, ainda, o termo domínio magnético como sendo o conjunto de vários “*spins*” de elétrons orientados numa mesma direção no cristal de ferro. Em um pedaço de material existem muitos domínios magnéticos que são delimitados pelas paredes do domínio. O processo de magnetização do material é realizado pela movimentação destes domínios e pela rotação deles. A saturação é atingida quando os “*spins*” do material estão alinhados, tendo um só sentido para os vetores de magnetização. A Figura 3-1 mostra o processo de magnetização.

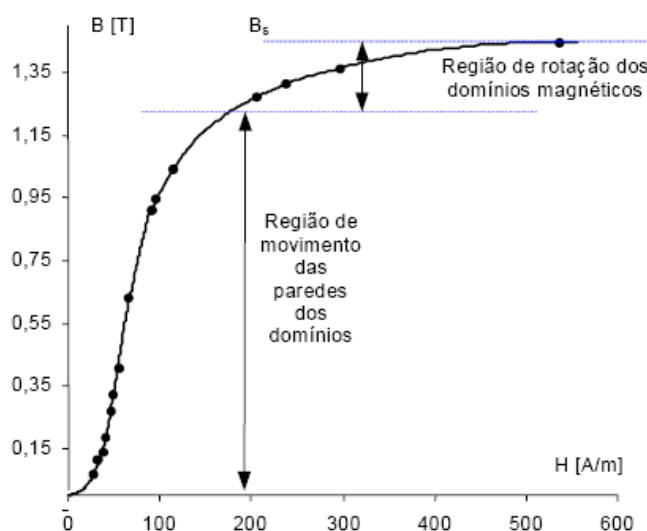


Figura 3-1 – Típica curva de magnetização inicial e seu processo [10].

A perda por histerese está relacionada com a energia necessária para deslocar as paredes dos domínios magnéticos [14]. Ela é atribuída às descontinuidades elementares das paredes dos domínios magnéticos, ou seja, à própria existência dos domínios magnéticos [10]. Estas descontinuidades são amplamente dependentes dos parâmetros microestruturais do material e são influenciadas, por exemplo, por impurezas, pressões internas, tamanhos de grão (cristais de várias orientações, sendo que no interior do grão todos os átomos estão arranjados conforme um único modelo, numa única orientação do vetor de magnetização), imperfeições térmicas e mecânicas, etc. [10]. A perda por histerese é independente da frequência e depende do valor máximo da indução de operação. A maneira mais utilizada para medir a perda por histerese é medi-la em uma frequência próxima de zero (1 Hz ou menos), visto que nesta frequência as perdas dinâmicas são significativamente reduzidas e podem ser desprezadas. A grande dificuldade

deste método é manter uma forma de onda senoidal nesta baixa frequência, o que exige equipamentos especiais [14]. Outra maneira comumente utilizada para medi-la é obtendo-se o valor da perda para alguns pontos de operação em função da frequência, mantendo-se fixa a indução magnética. Extrapolam-se então a curva obtida para valores próximos da frequência zero e o valor da perda para este ponto representa a perda por histerese. Ambos os métodos, porém, apresentam imprecisões.

Para calcular a perda por histerese, Steinmetz propôs em 1892 um modelo para formas de onda senoidais dado pela equação (3.4) que é até hoje utilizado. Seus parâmetros são encontrados através de ensaios apropriados. A constante  $k_h$  depende do material e do sistema de unidades utilizado, enquanto que  $\alpha$  depende apenas do material.

$$W_h = k_h B_m^\alpha \quad [J/kg] \quad (3.4)$$

Para se obter a perda por histerese em  $W/kg$  (3.5) basta multiplicar a equação (3.4) pela frequência de operação.

$$P_h = f k_h B_m^\alpha \quad [W/kg] \quad (3.5)$$

Em Watts  $[W]$ , a equação (3.5) pode ser reescrita conforme (3.6), em que  $m$  representa a massa da peça sob análise.

$$P_h^w = m f k_h B_m^\alpha \quad [W] \quad (3.6)$$

A fórmula de Steinmetz foi verificada experimentalmente por vários pesquisadores e constatou-se que a perda por histerese obedece à fórmula até certos valores de indução, dentro da região de não saturação do material [10]. Para induções altas, em que os efeitos da saturação do material são evidentes, o modelo de Steinmetz se mostra pouco eficaz.

Existem ainda outros modelos para a perda por histerese, porém não serão abordados neste trabalho. Sabe-se que não existe um modelo que represente todos os fenômenos envolvidos com o processo de magnetização do material e, conseqüentemente, que reproduza com eficácia todos eles. Ainda há muito que se conhecer sobre o fenômeno da perda por histerese, desde a sua natureza até os métodos para sua determinação qualitativa e quantitativa.



Por outro lado, considera-se que o modelo de Steinmetz é suficiente para que os objetivos desse trabalho sejam atingidos.

### 3.2.3 Perdas dinâmicas

As perdas dinâmicas representam a parcela de energia necessária para a magnetização do núcleo magnético que depende da frequência de operação do dispositivo. Elas podem ser divididas em duas partes: a perda por correntes induzidas ou correntes de Foucault (“eddy currents”, em inglês) e a perda excedente.

#### Perdas magnéticas por corrente induzidas e seu modelo clássico

As perdas por correntes induzidas ou correntes de Foucault estão relacionadas com as correntes induzidas no núcleo ferromagnético quando este é percorrido por um fluxo variável no tempo. Elas variam com a frequência da forma de onda do fluxo, incluindo os efeitos das componentes harmônicas (se existentes) do fluxo [10], [14].

A variação da indução magnética produz um campo elétrico ao longo de um caminho fechado, segundo a equação de Maxwell mostrada em (3.7).

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{d \vec{B}}{dt} \quad (3.7)$$

Nestes caminhos, caso o material seja condutor, formam-se anéis de corrente. A perda por correntes induzidas é, assim, a perda por efeito Joule destes anéis de corrente induzidos no material, decorrentes da lei de Ohm:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3.8)$$

A tendência do caminho da corrente visto em uma seção transversal é a formação de anéis de corrente induzidas perpendiculares à direção do fluxo (interpretação física da equação (3.7)). Laminando-se o material ferromagnético, dificulta-se a formação desses anéis de corrente. Além da laminação, processos que aumentem a resistividade do material dificultando a formação de anéis de corrente são usualmente empregados. Por exemplo, a inserção de silício e outras substâncias no ferro ajudam no aumento da resistividade elétrica. Ainda assim, as perdas por correntes induzidas normalmente são bastante significativas [10], [14].

A formulação matemática do modelo considera que o vetor de indução magnética  $\vec{B}$  possui apenas a componente na direção “z”. Considera-se também que a lâmina é fina ( $d \ll l_y$ ) e, por isso, o vetor de densidade de corrente  $\vec{J}$  possui apenas a componente “y”, conforme Figura 3-2. Esta já é a primeira simplificação do modelo clássico [10]. Pela equação (3.8), conclui-se que a direção do campo elétrico  $\vec{E}$  possui a mesma direção de  $\vec{J}$ .

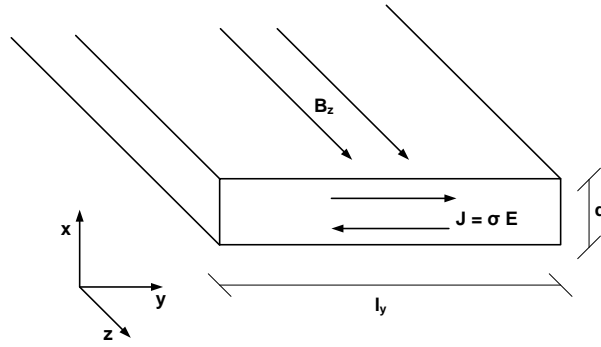


Figura 3-2 - Distribuição das correntes induzidas na lâmina.

Assim,

$$\vec{E} = (0, E, 0) \quad (3.9)$$

$$\vec{B} = (0, 0, B) \quad (3.10)$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (3.11)$$

$$\det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{d}{dx} & \frac{d}{dy} & \frac{d}{dz} \\ 0 & E & 0 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{dB}{dt} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Resolvendo a equação (3.12) obtém-se a equação diferencial (3.13), cuja solução é dada por (3.14).

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{dB}{dt} \quad (3.13)$$

$$E(x) = \frac{dB}{dt} x + C \quad (3.14)$$

Como não existe descontinuidade do campo elétrico nem da densidade de corrente, é necessário ter  $E = 0$  para  $x = 0$  no centro da lâmina. Portanto a constante  $C$  é nula [10].

A potência dissipada por efeito Joule, em Watts  $[W]$ , é expressa por (3.15), onde  $\sigma$  é a condutividade do material.

$$P_f^w = \iiint \sigma E^2 dv \quad (3.15)$$

Considerando “ $d$ ” como a espessura da lâmina e adotando as dimensões  $l_x, l_y$  e  $l_z$ , tem-se:

$$P_f^w = \sigma \int_0^{l_z} \int_0^{l_y} \int_{-d/2}^{d/2} \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 x^2 dx dy dz \quad (3.16)$$

$$P_f^w = \sigma \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 l_y l_z \frac{d^3}{12} \quad [W] \quad (3.17)$$

O volume é dado por:

$$Vol = d l_y l_z \quad (3.18)$$

Dividindo as perdas dadas em (3.17) pelo volume da lâmina, obtém-se a perda instantânea específica do material. A perda média é calculada em um período  $T$  por (3.20) em  $W/kg$  ou por (3.21) em  $J/kg$ , em que  $f$  é a frequência de operação.

$$\frac{P_f^w}{Vol} = \sigma \frac{d^2}{12} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt \quad [W/m^3] \quad (3.19)$$

$$P_f = \sigma \frac{d^2}{12 m_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt \quad [W/kg] \quad (3.20)$$

$$W_f = \sigma \frac{d^2}{12 f m_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt \quad [J/kg] \quad (3.21)$$

Para casos em que se pode considerar uma indução senoidal pura (desconsiderando-se efeitos das componentes harmônicas e descartando-se acionamentos de máquinas através de modulação PWM), pode-se particularizar a equação (3.20). Considera-se  $B(t) = B_m \sin(\omega t)$

$$P_f = \sigma \frac{d^2}{12 m_v} \frac{1}{T} \int_0^T B_m^2 (\omega \cos(\omega t))^2 dt \quad (3.22)$$

$$P_f = \sigma \frac{d^2}{12 m_v} \frac{1}{T} \omega^2 B_m^2 \left[ \frac{1}{2} \int_0^T (1 + \cos(2\omega t)) dt \right] \quad (3.23)$$

$$P_f = \sigma \frac{(\pi d)^2}{6 m_v} B_m^2 f^2 \quad [W/kg] \quad (3.24)$$

$$W_f = \sigma \frac{(\pi d)^2}{6 m_v} f B_m^2 \quad [J/kg] \quad (3.25)$$

$$k_f = \sigma \frac{(\pi d)^2}{6 m_v} f \quad (3.26)$$

$$W_f = k_f B_m^2 \quad [J/kg] \quad (3.27)$$

$$P_f^w = m f k_f B_m^2 \quad [W] \quad (3.28)$$

Pela equação (3.25), mostra-se matematicamente a importância da laminação do núcleo, visto que a perda por correntes induzidas varia com o quadrado da espessura da lâmina. Além disso, a perda depende diretamente da condutividade do material, da indução magnética máxima ao quadrado e varia linearmente com a frequência. É ainda inversamente proporcional à massa específica do material.

Para a dedução deste modelo, foi considerado que a condutividade elétrica do material é constante. Além disso, não se levam em consideração efeitos peliculares na distribuição de correntes induzidas e assume-se que elas possuem apenas uma direção. Avaliar a precisão e a exatidão dessas simplificações é difícil e não é escopo deste trabalho. Como este é um modelo largamente utilizado para caracterização de materiais magnéticos, acredita-se que seja adequado para o desenvolvimento proposto neste trabalho.

### Perdas excedentes

O modelo clássico das perdas magnéticas inclui a perda quase estática de histerese e a perda por correntes induzidas. Pesquisadores perceberam experimentalmente que a perda magnética total para regimes não senoidais não correspondia aos resultados obtidos pela análise que considera o modelo clássico das perdas. Passou-se, então, a estudar por que dessa diferença e ao longo deste desenvolvimento notou-se que, mesmo para regimes de tensão (indução) senoidais, os valores não correspondiam exatamente ao indicado pelo modelo clássico.

A suposta origem destas perdas é decorrência do excesso de correntes induzidas, além das calculadas de maneira clássica, devido ao fenômeno de deslocamento das paredes dos domínios magnéticos. Essa nova parcela de perdas passou a ser referenciada por perda por excesso de correntes induzidas ou simplesmente perda por excesso  $P_e$ . Em [15] e [16], Bertotti formalizou de maneira estatística o processo de magnetização dinâmica e as perdas por excesso e definiu uma nova entidade física, o “objeto magnético” ou OM [10]. Sabe-se que a perda magnética por excesso depende de coeficientes de difícil mensuração prática, tais como tamanho dos grãos, condutividade elétrica, campos coercitivos, coeficientes empíricos, entre outros. No limite de um material perfeitamente homogêneo, ou seja, na ausência de domínios magnéticos, a perda dinâmica se resumiria à perda clássica por correntes induzidas [17]. A equação (3.29) define um modelo matemático usualmente utilizado para a perda excedente para regimes de indução senoidal, onde  $G$  é o coeficiente de atrito dos OM's e  $V_0$  é um campo coercitivo que caracteriza a oposição dos OM's a se ativar [14]. A equação (3.29) pode ser reescrita considerando uma constante  $k_e$  (3.30), conforme (3.31). Nota-se que a perda excedente em  $J/kg$  é diretamente proporcional à raiz quadrada da frequência de operação e a indução magnética elevada ao expoente 3/2.

$$W_e = \frac{8,76363}{m_v} \sqrt{\sigma G V_0 S} \sqrt{f} (B_m^{3/2}) \quad [J/kg] \quad (3.29)$$

$$k_e = \frac{8,76363}{m_v} \sqrt{\sigma G V_0 S} \sqrt{f} \quad (3.30)$$

$$W_e = k_e B_m^{3/2} \quad [J/kg] \quad (3.31)$$

Em  $W/kg$ , a equação é dada por:

$$P_e = f k_e B_m^{3/2} \quad [W/kg] \quad (3.32)$$

E em  $W$ , a equação é dada por:

$$P_e^w = m f k_e B_m^{3/2} \quad [W] \quad (3.33)$$

### 3.2.4 Perda magnética total para regimes senoidais

A perda magnética total representa a energia entregue ao núcleo que é dissipada em seu interior. Essa energia fica confinada no núcleo e não é disponibilizada no secundário durante a transferência de potência do primário para o secundário, reduzindo a eficiência do dispositivo em questão. Ela corresponde à soma das três parcelas discutidas anteriormente: perda por histerese, perda por correntes induzidas e perda por excesso. A equação (3.34) representa matematicamente a perda total por ciclo  $W_t$  calculada com a contribuição das três parcelas [14], [17], [18]. As equações (3.26) e (3.30) mostram como as constantes  $k_f$  e  $k_e$ , respectivamente, podem ser determinadas analiticamente. Essas constantes são função de parâmetros de difícil mensuração. Na prática, normalmente essas constantes são determinadas através de ensaios de caracterização magnética apropriados [10].

$$W_t = k_h B_m^\alpha + k_f B_m^2 + k_e B_m^{3/2} \quad [J/kg] \quad (3.34)$$

É possível reescrever a equação (3.34), de maneira simplificada, em função de um fator de proporcionalidade ( $f/f_b$ ) para que ela seja válida para qualquer ponto e frequência de operação [10]. O termo  $f_b$  representa a frequência na qual a perda total foi obtida, ou seja, para qual valor de  $f$  as constantes  $k_f$  e  $k_e$  foram calculadas [14]. Essa equação de previsão de perdas só é válida para operação sob forma de onda senoidal.

$$W_t = k_h B_m^\alpha + k_f B_m^2 \frac{f}{f_b} + k_e B_m^{3/2} \sqrt{\frac{f}{f_b}} \quad [J/kg] \quad (3.35)$$

A equação acima considera que os três tipos de perda não interagem entre si, ou seja, que o sistema é linear e que o princípio da superposição é válido. Nota-se que, se as perdas forem representadas em  $J/kg$ , a perda por histerese ( $W_h$ ) é invariante com a frequência e as parcelas que formam a perda dinâmica ( $W_f$  e  $W_e$ ) são dependentes dela. O assunto relativo à separação

das perdas ainda é motivo de pesquisa. Contudo, acredita-se ser suficiente o estudo apresentado neste trabalho para servir como base para o desenvolvimento do modelo elétrico de transformadores de corrente, modelados por resistências equivalentes.

### **3.3 Modelo completo do TC real**

Uma das propostas deste trabalho é propor um equacionamento matemático que represente todas (ou quase todas) as não idealidades presentes num transformador de corrente. O modelo completo de um TC real é definido a partir da consideração das não idealidades no equacionamento matemático, entre elas, as perdas magnéticas. A seção 3.2 mostra uma revisão bibliográfica da teoria sobre as perdas magnéticas que fundamentam a análise que será apresentada na sequência para consideração delas no circuito elétrico equivalente do TC.

#### **3.3.1 Representação das perdas por resistências equivalentes**

O modelo apresentado em 2.4.2 considera a inserção de uma resistência equivalente em paralelo com a indutância de magnetização. Conforme visto, as perdas magnéticas podem ser separadas em três componentes distintas: a perda por histerese, por correntes induzidas e perda excedente. Em [10], o autor propõe uma forma de calcular analiticamente resistências equivalentes para cada uma das componentes supracitadas e uma análise similar será apresentada na sequência para a representação das perdas no modelo proposto. Do ponto de vista elétrico, a separação das perdas em três resistências em vez de uma única equivalente à perda total não acarreta em nenhum erro adicional ao modelo, pois elas estão conectadas em paralelo e, por isso, seus efeitos são somados.

##### ***Resistência equivalente de histerese***

A resistência elétrica equivalente que modela a perda por histerese, denotada como  $R_h$ , é obtida através da equação proposta por Steinmetz, a qual fornece um valor de energia perdida média em função do valor máximo de indução, para uma forma de onda senoidal pura.

Para regime senoidal, considera-se a seguinte equação:

$$v(t) = \sqrt{2}V_{magef} \sin(\omega t), \quad \text{sendo } \omega = 2\pi f \quad (3.36)$$

A lei de Faraday relaciona a indução magnética com a tensão:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{1}{N_2 S} v(t) \quad (3.37)$$

A indução máxima  $B_m$  é dada por (3.39) a partir do cálculo da integral em (3.38), em que  $B_0$  é o valor inicial da indução e  $t_0$  é o instante inicial. Para  $B_0 = 0$  e  $t_0 = 0$ :

$$\int_{B_0}^B dB = \int_{t_0}^t \frac{1}{N_2 S} v(t) dt \quad (3.38)$$

$$B_m = \frac{\sqrt{2} V_{magef}}{2\pi f N_2 S} \quad [T] \quad (3.39)$$

Alternativamente, pode-se escrever a tensão eficaz em função da indução máxima  $B_m$ .

$$V_{magef} = \frac{2\pi f N_2 S B_m}{\sqrt{2}} \quad [V] \quad (3.40)$$

A perda por histerese em função da indução magnética máxima é dada pela equação empírica de Steinmetz (3.41). As constantes  $k_h$  e  $\alpha$  são obtidas a partir de ensaios para a equação em  $J/kg$ .

$$W_h = k_h B_m^\alpha \quad [J/kg] \quad (3.41)$$

A potência dissipada em uma resistência é dada por:

$$P = \frac{V_{magef}^2}{R} \quad [W] \quad \therefore \quad R = \frac{V_{magef}^2}{P} \quad [V] \quad (3.42)$$

A perda por histerese em  $W$  é dada por:

$$P_h^w = m f k_h B_m^\alpha \quad [W] \quad (3.43)$$

em que  $m$  é a massa do núcleo ferromagnético.

Substituindo (3.43) e (3.40) em (3.42), obtém-se a equação que representa a resistência elétrica equivalente de histerese em função da indução magnética máxima:



$$\begin{aligned}
 R_h(B_m) &= \frac{V_{magef}^2}{P_h^w} = \frac{\left(\frac{2\pi f N_2 S B_m}{\sqrt{2}}\right)^2}{m f k_h B_m^\alpha} = \frac{(2\pi f S N_2)^2 B_m^2}{2(m f k_h B_m^\alpha)} \\
 &= \frac{2f(\pi S N_2)^2 (B_m)^{2-\alpha}}{m k_h}, \quad [\Omega]
 \end{aligned} \quad (3.44)$$

A resistência equivalente também pode ser escrita em função da tensão sobre a indutância de magnetização máxima. De (3.39) e (3.43), reescreve-se a equação acima como:

$$\begin{aligned}
 R_h(V_{magmax}) &= \frac{V_{magef}^2}{P_h^w} = \frac{V_{magmax}^2/2}{m f k_h \left(\frac{V_{magmax}}{2\pi f N_2 S}\right)^\alpha} \\
 &= \frac{(2\pi f S N_2)^\alpha}{2 m f k_h} (V_{magmax})^{2-\alpha} \quad [\Omega]
 \end{aligned} \quad (3.45)$$

A Figura 3-3 mostra o circuito equivalente.

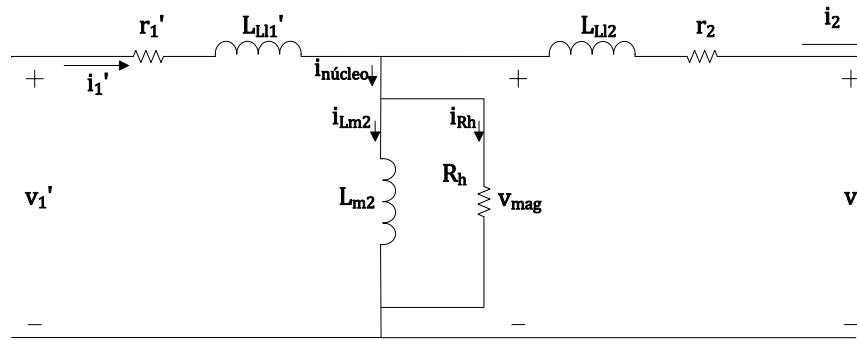


Figura 3-3 – Circuito elétrico equivalente do TC real com a resistência de histerese.

### **Resistência para a perda por correntes induzidas**

A perda clássica por correntes induzidas, em  $J/kg$ , é dada por:

$$W_f = k_f B_m^2 \quad [J/kg] \quad (3.46)$$

Reescrevendo (3.46) em Watts obtém-se:

$$P_f^w = m f k_f B_m^2 \quad [W] \quad (3.47)$$

A resistência que representa a perda por correntes induzidas é então calculada conforme:

$$R_f(V_{magmax}) = \frac{V_{magef}^2}{P_f^w} = \frac{V_{magmax}^2/2}{mfk_f \left( \frac{V_{magmax}}{2\pi f N_2 S} \right)^2} = \frac{2f(\pi N_2 S)^2}{mk_f} \quad [\Omega] \quad (3.48)$$

A Figura 3-4 mostra o circuito equivalente para a perda por histerese e a perda por correntes induzidas.

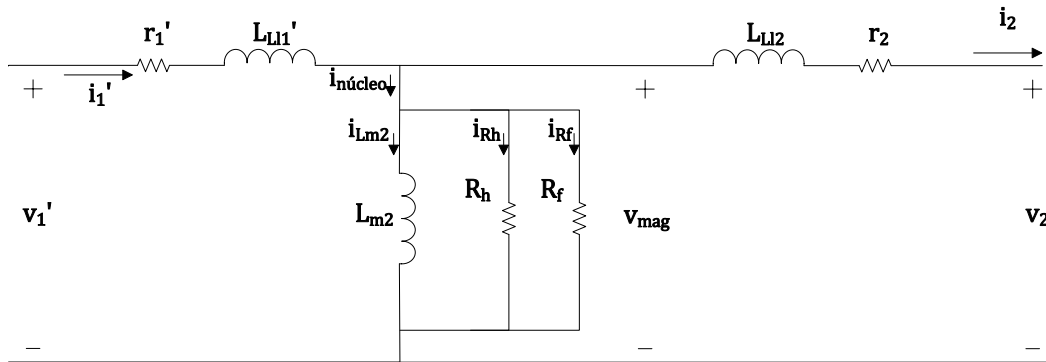


Figura 3-4 – Circuito elétrico equivalente do TC real com a perda de histerese e a perda por correntes de Foucault.

#### **Resistência equivalente para a perda excedente**

A perda excedente é dada analiticamente por:

$$W_e = k_e B_m^{3/2} \quad [J/kg] \quad (3.49)$$

E em  $W$ , a equação é dada por:

$$P_e^w = m f k_e B_m^{3/2} \quad [W] \quad (3.50)$$

Através de (3.50), calcula-se a resistência equivalente das perdas excedentes por (3.51), em função da indução, ou por (3.52), em função da tensão sobre a indutância de magnetização máxima.

$$R_e(B_m) = \frac{V_{magef}^2}{P_e^w} = \frac{(2\pi f N_2 S B_m)^2/2}{m f k_e B_m^{3/2}} = \frac{2f\sqrt{B_m}(\pi N_2 S)^2}{m k_e} \quad [\Omega] \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned}
 R_e(V_{magmax}) &= \frac{V_{magef}^2}{P_e^w} = \frac{V_{magmax}^2/2}{m f k_e \left( \frac{V_{magmax}}{2\pi f N_2 S} \right)^{3/2}} \\
 &= \frac{\sqrt{2 f V_{magmax}} (\pi N_2 S)^{3/2}}{m k_e} \quad [\Omega]
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

A Figura 3-5 mostra o modelo que considera as três parcelas de perdas: por histerese, por correntes induzidas e excedentes.

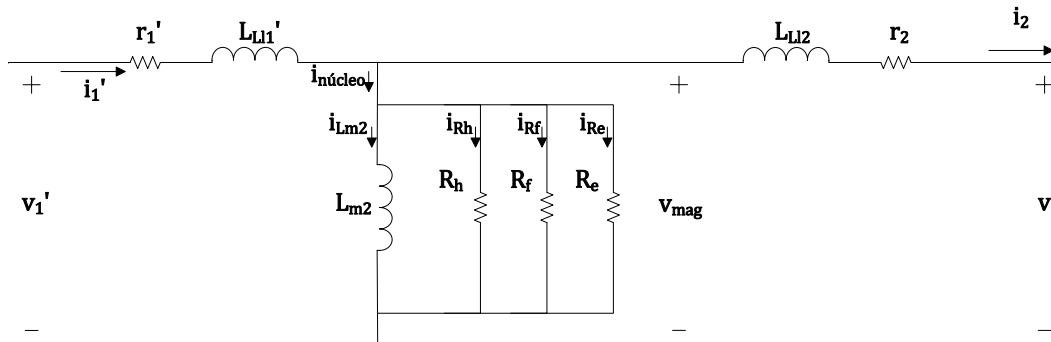


Figura 3-5 – Circuito equivalente do TC real com a consideração das três parcelas de perdas.

As equações (3.45), (3.48) e (3.52) definem as resistências equivalentes que modelam as perdas magnéticas a partir da teoria da separação das perdas. Vale lembrar que as constantes  $k_h, \alpha, k_f, k_e$  devem ser determinadas experimentalmente e com as perdas medidas em  $J/kg$ . Neste trabalho, utilizou-se um equipamento de medição da empresa Brockhaus Messtechnik (também referido neste texto como bancada da Brockhaus – vide apêndice A) para caracterização magnética dos materiais. Ele estava disponível no GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos, onde este trabalho foi realizado). Esta bancada fornece a separação das perdas em apenas duas componentes, a perda por histerese e a perda dinâmica, em vez das três parcelas descritas anteriormente. A perda dinâmica da Brockhaus engloba a perda clássica por correntes induzidas e as perdas excedentes em um só coeficiente. Para adaptar o equacionamento desenvolvido aos resultados do equipamento utilizado na validação do modelo, um novo equacionamento é proposto.

#### **Resistência para a perda dinâmica**

Para modelar a perda dinâmica total, assume-se que ela possa ser representada pelas equações abaixo:

$$W_w = k_w B_m^\beta \quad [J/kg] \quad (3.53)$$

$$P_w^w = m f k_w B_m^\beta \quad [W] \quad (3.54)$$

A resistência equivalente da perda dinâmica é então dada por:

$$\begin{aligned} R_w(V_{magmax}) &= \frac{V_{magmax}^2 f^2}{P_w^w} = \frac{V_{magmax}^2 / 2}{m f k_w \left( \frac{V_{magmax}}{2\pi f N_2 S} \right)^\beta} \\ &= \frac{V_{magmax}^{2-\beta}}{2 m f k_w} (2\pi f N_2 S)^\beta \quad [\Omega] \end{aligned} \quad (3.55)$$

sendo  $k_w$  e  $\beta$  coeficientes obtidos através de ensaios para a equação em  $J/kg$ .

A Figura 3-6 mostra o circuito equivalente do transformador real proposto com a consideração das perdas magnéticas. Ele será utilizado como base para o desenvolvimento dos algoritmos apresentados na sequência.

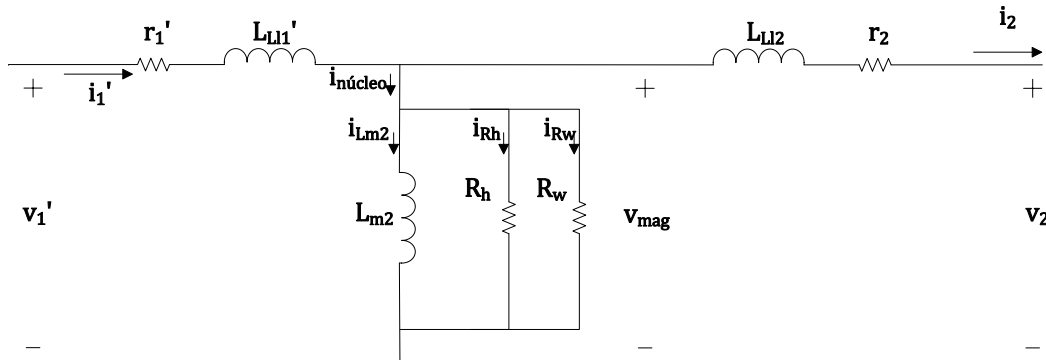


Figura 3-6 – Circuito equivalente proposto do TC real com a separação das perdas em histerese e dinâmicas.

Definidos os resistores equivalentes, faz-se necessário adicionar ao equacionamento do TC as correntes  $i_{Rh}$  e  $i_{Rw}$ . O sistema de equações (2.71) precisa então ser modificado para englobar as perdas magnéticas. Esta análise é apresentada na próxima seção.

### 3.4 Algoritmo para simulação

Para programar num microcomputador o modelo apresentado na seção 3.3 algumas adaptações se fazem necessárias. Algumas variáveis são dependentes entre si e, no domínio discreto, alguns valores devem ser obtidos da iteração anterior. Por isso, as equações no domínio do tempo devem ser escritas de maneira recursiva. Essa seção mostra um algoritmo que permite simular o transformador de corrente real, seja ele definido com ou sem a inclusão das perdas magnéticas.

A Figura 3-7 mostra o circuito equivalente do transformador real sem a inclusão das perdas no modelo. O sistema de equações (2.71) é repetido aqui por (3.56) e rege os fenômenos eletromagnéticos da estrutura.

$$\begin{bmatrix} \frac{di_1'}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{m2} + L'_{Ll1} & -L_{m2} \\ L_{m2} & -(L_{m2} + L_{Ll2}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1' - r_1' i_1' \\ v_2 + r_2 i_2 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

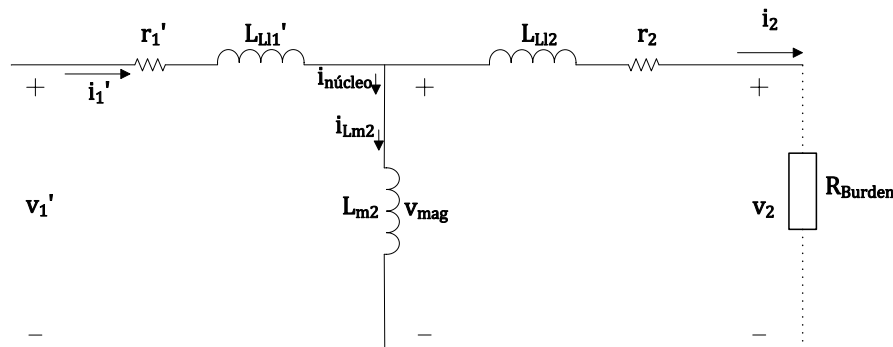


Figura 3-7 – Circuito equivalente de um transformador sem perdas magnéticas com o primário referido ao secundário.

O sistema de equações diferenciais apresentado na equação (3.56) deve ser resolvido de maneira iterativa, contudo ele considera que a corrente  $i_1'$  é uma variável desconhecida e a fonte de potência é  $v_1'$ . A proposta deste algoritmo é modificar esta equação para que a corrente  $i_1'$  seja a excitação e a tensão  $v_1'$  seja consequência dela. A equação (3.57) mostra a modificação no sistema, em que  $M_{11}^{-1}$  e  $M_{12}^{-1}$  são os coeficientes da primeira linha da matriz inversa  $M^{-1}$ . Observa-se que a equação (3.57) foi obtida da solução do sistema de equações diferenciais representado por (3.56) e ela difere da equação (2.64) apresentada anteriormente para a grandeza  $v_1'$ . Elas representam a mesma grandeza elétrica, porém na equação (3.57) a tensão  $v_1'$

está escrita em função de  $i_2$ , enquanto que na equação (2.64)  $v_1'$  está escrita em função da derivada de  $i_2$ . A tensão  $v_1'$  deve ser calculada antes de  $i_2$  no algoritmo resolvido iterativamente (devido à consideração das perdas magnéticas conforme a equação (3.66)). Logo, não é possível obter a derivada da corrente  $i_2$  antes de calcular  $v_1'$  no mesmo passo de tempo, o que inviabiliza a utilização da equação (2.64) no algoritmo. Deve-se, portanto, utilizar a equação (3.57).

$$v_1' = \frac{1}{M_{11}^{-1}} \left[ \frac{di_1'}{dt} + M_{11}^{-1} r_1' i_1' - M_{12}^{-1} (v_2 + r_2 i_2) \right] \quad (3.57)$$

A matriz  $M^{-1}$  das equações (3.57) e (3.63) é dada abaixo (vide seção 2.4.1):

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} L_{m2} + L'_{Ll1} & -L_{m2} \\ L_{m2} & -(L_{m2} + L_{Ll2}) \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.58)$$

A tensão sobre a indutância de magnetização é obtida pela equação (2.72) repetida aqui como (3.59):

$$v_{mag} = v_1' - r_1' i_1' - L'_{Ll1} \frac{di_1'}{dt} \quad (3.59)$$

Conhecendo-se  $v_{mag}$ , a indução magnética  $B(t)$  é obtida conforme:

$$B = \int dB = \frac{1}{N_2 S} \int v_{mag}(t) dt \quad (3.60)$$

Calcula-se então o campo magnético  $H_{ah}$  (vide seção 2.4.2) pela relação dele com a indução magnética através da curva de permeabilidade ou, equivalentemente, pela curva de relutividade, (3.61). O campo magnético  $H_{ah}$  é o campo gerado pela corrente de magnetização  $i_{Lm2}$ . O modelo da relutividade magnética ( $\nu$ ) é um parâmetro de entrada do modelo e é determinada a partir de ensaios. No capítulo 4 serão comparadas três formas diferentes de considerar essa relação.

$$H_{ah} = \nu B \quad (3.61)$$

A corrente  $i_{Lm2}$  pode ser obtida por:

$$i_{Lm2} = H_{ah} \frac{l_m}{N_2} \quad (3.62)$$

A corrente  $i_2$  pode ser calculada pela equação (3.63), pois as perdas não são consideradas ainda. Alternativamente, ela pode ser obtida por (3.64).

$$\frac{di_2}{dt} = M_{21}^{-1} (v_1' - r_1' i_1') + M_{22}^{-1} (v_2 + r_2 i_2) \quad (3.63)$$

$$i_2 = i_1' - i_{Lm2} \quad (3.64)$$

Por fim, a tensão  $v_2$  é dada por:

$$v_2 = R_{burden} i_2 \quad (3.65)$$

Para que as perdas sejam consideradas no equacionamento anterior, basta que a equação (3.64) seja modificada por (3.66), a qual considera as perdas magnéticas.

$$i_2 = i_1' - i_{Lm2} - i_{Req} = i_1' - i_{Lm2} - i_{Rh} - i_{Rw} \quad (3.66)$$

As correntes  $i_{Rh}$  e  $i_{Rw}$  são calculadas, respectivamente, por (3.67) e (3.68), em que as resistências equivalentes da perda por histerese e da perda dinâmica são dadas por (3.69) e (3.70). Vale lembrar que as resistências equivalentes são função da tensão máxima induzida no núcleo ( $V_{magmax}$ ). Como as condições iniciais de cada simulação podem ser diferentes, o valor máximo de  $V_{magmax}$  pode variar a cada ciclo enquanto as grandezas simuladas do TC não atingirem o regime permanente. Por essa razão, deve-se obter o valor máximo da tensão induzida e recalculá-las o valor das resistências  $R_h$  e  $R_w$  a cada período simulado até que o valor numérico delas estabilize dentro de uma faixa de erro aceitável entre períodos subsequentes, por exemplo,  $\pm 1\%$ , indicando que o TC atingiu o regime permanente.

$$i_{Rh}[k] = \frac{v_{mag}[k]}{R_h} \quad (3.67)$$

$$i_{Rw}[k] = \frac{v_{mag}[k]}{R_w} \quad (3.68)$$

$$R_h = \frac{(2\pi f N_2 S)^\alpha}{2 m f k_h} (V_{magmax})^{2-\alpha} \quad (3.69)$$

$$R_w = \frac{(2\pi f N_2 S)^\beta}{2 m f k_w} (V_{magmax})^{2-\beta} \quad (3.70)$$

O campo magnético total do núcleo pode ser obtido pela equação:

$$H_{tot}[k] = H_{ah}[k] + H_{Rh}[k] + H_{Rw}[k] \quad (3.71)$$

Os campos magnéticos  $H_{ah}[k]$ ,  $H_{Rh}[k]$  e  $H_{Rw}[k]$  podem ser obtidos por, respectivamente:

$$H_{ah}[k] = \frac{N_2 i_{Lm2}}{l_m} \quad (3.72)$$

$$H_{Rh}[k] = \frac{N_2 i_{Rh}}{l_m} \quad (3.73)$$

$$H_{Rw}[k] = \frac{N_2 i_{Rw}}{l_m} \quad (3.74)$$

A Figura 3-8 mostra o circuito elétrico equivalente com a inclusão das perdas.

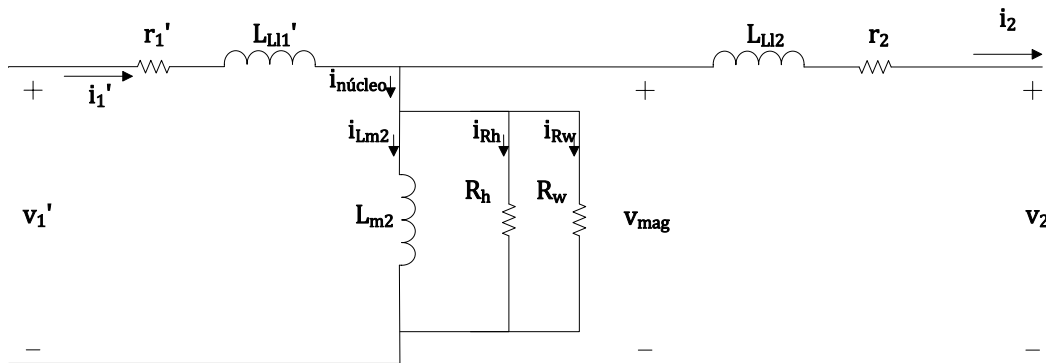


Figura 3-8 – Circuito elétrico do TC real equivalente com as perdas incluídas.

A Figura 3-9 mostra o algoritmo completo do modelo proposto para a simulação.



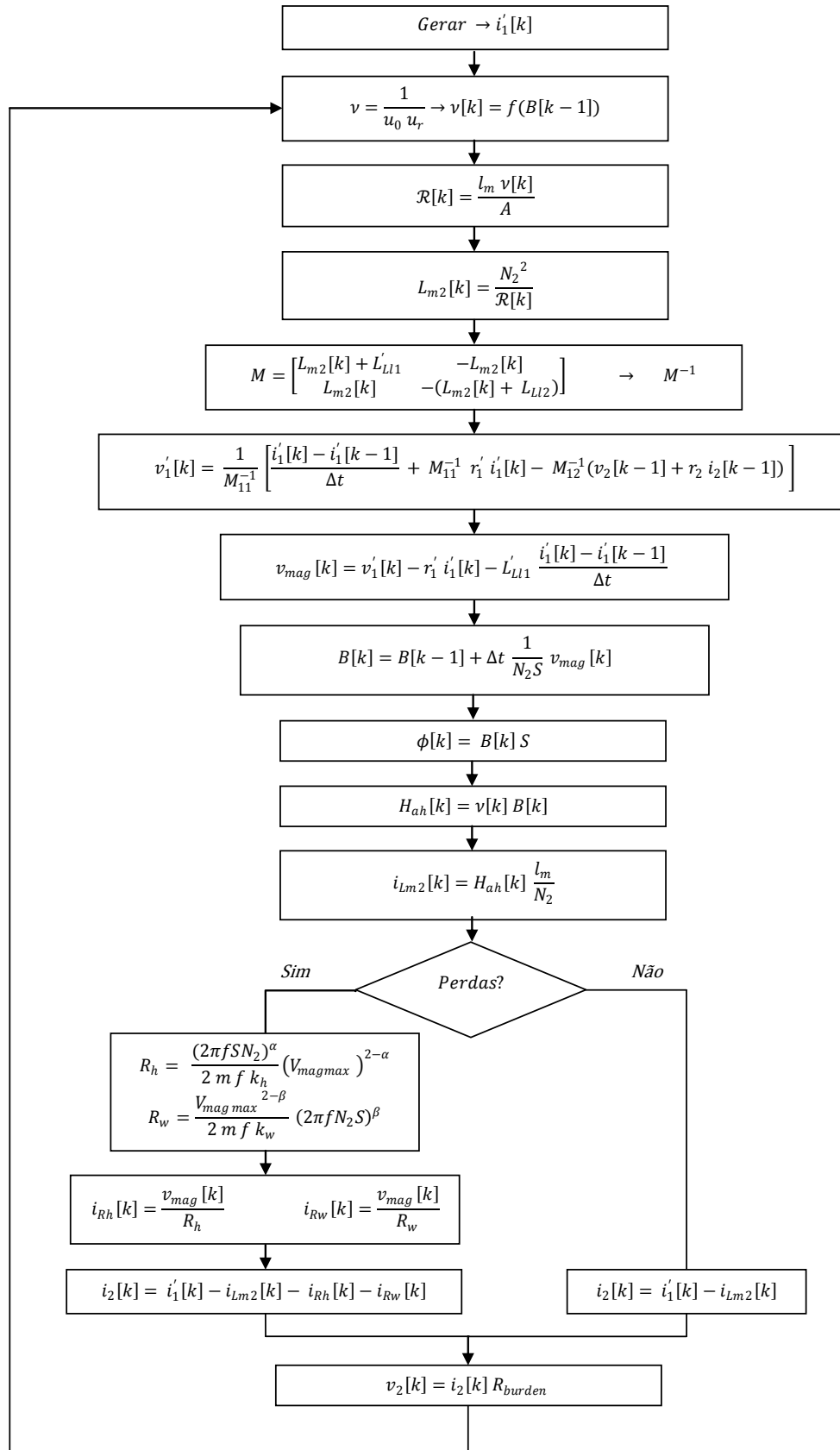


Figura 3-9 – Algoritmo do TC com e sem perdas magnéticas e o primário referido ao secundário.

A Figura 3-10 mostra uma das telas do programa desenvolvido no LabVIEW (National Instruments) para a simulação do algoritmo proposto.

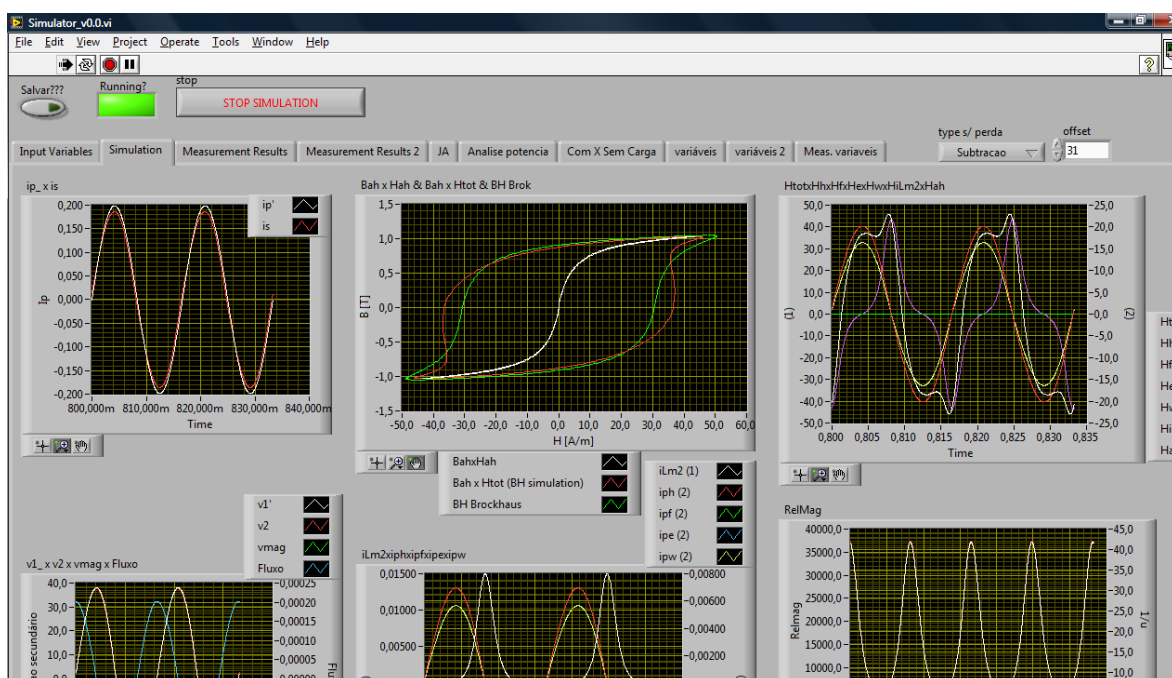


Figura 3-10 – Exemplo de uma das telas do programa realizado no LabVIEW para simulação do algoritmo proposto.

### 3.5 Considerações finais

O objetivo deste capítulo foi apresentar o modelo equivalente final do transformador de corrente que será empregado na simulação computacional do equacionamento proposto. Ele complementa o desenvolvimento do modelo do TC, iniciado no capítulo 2 pela introdução do modelo real, com a inclusão das perdas magnéticas através do cálculo analítico das resistências equivalentes.

Inicialmente um embasamento teórico sobre as perdas eletromagnéticas foi apresentado e as resistências equivalentes às perdas puderam ser calculadas para a representação elétrica do fenômeno no circuito equivalente.

Por fim, um algoritmo completo para simulação foi proposto. O capítulo 4 apresenta uma série de simulações para diferentes parâmetros de entrada. Os resultados são comparados com valores obtidos em ensaios para a validação do modelo.

# **CAPÍTULO 4 – SIMULAÇÕES DO MODELO PROPOSTO E COMPARAÇÕES COM RESULTADOS PRÁTICOS**

## ***4.1 Introdução***

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos com a simulação do algoritmo proposto no capítulo 3. Além disso, será feita uma análise comparativa com dados adquiridos em amostras ensaiadas.

O algoritmo apresentado requer alguns dados de entrada necessários para a simulação e dois deles serão estudados com mais detalhes. O primeiro é a permeabilidade magnética, que será representada e comparada de três maneiras distintas: utilizando uma permeabilidade constante, a permeabilidade em função da indução magnética obtida a partir da curva de magnetização inicial e a permeabilidade em função da indução magnética obtida a partir da curva de magnetização sem histerese do aço. Para facilitar a referência às diferentes curvas de permeabilidade, elas serão associadas às seguintes abreviações, respectivamente:  $\mu_r\_cte$ ,  $\mu_r\_mag\_ini$  e  $\mu_r\_ah$ . O modelo considera que a permeabilidade é constante em cada iteração e por isso ela deve ser recalculada a cada passo de tempo se o seu valor variar em função da indução magnética (permeabilidade variável). O segundo trata-se da influência das perdas magnéticas na representação do TC real. Simulações comparando a utilização ou não do modelo das perdas serão realizadas.

É importante ressaltar que alguns dados da caracterização, além de serem utilizados na comparação dos resultados finais, são também empregados como parâmetros de entrada do algoritmo. Tratam-se dos casos das constantes das perdas para as equações (3.45) e (3.55) e da obtenção das curvas de relutividade em função da indução magnética. Como consequência, as grandezas relacionadas a esses parâmetros convergirão para valores próximos dos fornecidos como entrada. Na prática, isso significa que os resultados da simulação são dependentes da forma como esses dados são informados. Por essa razão, para o mesmo TC simulado, os laços BH e as perdas calculadas serão diferentes para cada situação considerada. No final, o objetivo desses testes com variações dos parâmetros de entrada é mostrar qual modelo melhor representa efetivamente a relação entre entrada e saída do TC e mensurar, qualitativamente, como se comportam as grandezas responsáveis pela magnetização no interior do núcleo. A visualização (mesmo que aproximada) do comportamento delas no dispositivo é útil para que o projetista tente minimizar os efeitos indesejáveis utilizando técnicas de projeto adequadas.

## 4.2 Caracterização da amostra para validação dos resultados

Inicialmente, apresenta-se o dispositivo utilizado na experimentação deste trabalho que consiste num transformador de corrente toroidal. Seu material magnético é composto por uma liga de ferro-silício de grão orientado (GO) fabricado pela empresa ArcelorMittal (Acesita) e é denominado comercialmente por E004. Na Figura 4-1 apresentam-se as características do material fornecidas pelo fabricante.

Espessura (mm)	Designação	Perda magnética máxima				Magnética mínima (T)			Envelhecimento magnético máximo	Densidade assumida (g/cm^3)
		1,5 T		1,7 T		B800	B2500	B10000		
		50 Hz	60 Hz	50 Hz	60 Hz					
0,27	E004	0,85	1,12	1,24	1,63	1,75	1,87	1,97	5	7,65

Figura 4-1 - Características técnicas garantidas pelo fabricante do aço do núcleo ensaiado [13].

Este TC toroidal, a partir de agora referenciado por “Amostra 1”, foi caracterizado magneticamente na bancada da Brockhaus disponível no GRUCAD (vide apêndice A). As principais características estudadas na amostra foram a relação entre o campo magnético e a indução magnética e as perdas magnéticas. Foram realizados ensaios na amostra desde a indução de 50 mT até 2 T para frequências desde 10 Hz até 200 Hz. O enrolamento com 100 espiras ( $N_{aux}$ ) foi conectado no primário e o enrolamento com 500 espiras ( $N_2$ ) foi conectado no secundário da bancada (vide Tabela 4-2). A bancada da Brockhaus fornece uma separação de perdas em perdas por histerese e dinâmicas, sendo que a última engloba as perdas por correntes induzidas e

excedentes que estão relacionadas com a frequência de operação. A separação das perdas em função da indução magnética da Brockhaus será utilizada na validação deste trabalho para determinar as constantes das perdas.

Além disso, a mesma amostra foi ensaiada sob condição de operação normal do TC, ou seja, passando-se uma corrente pelo terminal do primário com um resistor ( $R_{burden}$ ) conectado ao secundário. O ponto de operação para a indução magnética escolhido para a validação da simulação foi de aproximadamente 1 T e, portanto, a corrente RMS no primário do TC (vide Tabela 4-2) foi determinada de maneira a provocar no núcleo magnético uma indução aproximadamente neste valor. A Tabela 4-1 mostra os parâmetros físicos do material e a Tabela 4-2 os enrolamentos que constituem o TC e os parâmetros elétricos definidos para a simulação.

**Tabela 4-1 - Parâmetros Físicos do Material.**

Massa [g]	Imag [mm]	Área Efetiva [mm <sup>2</sup> ]
262,35	172,37	195,29

**Tabela 4-2 - Parâmetros elétricos considerados para a simulação da Amostra 1.**

$I_1$ [A <sub>rms</sub> ]	Frequência [Hz]	$N_1$	$N_2$	$N_{aux}$	$r_1$ [Ω]	$r_2$ [Ω]	$L_{L11}$ [mH]	$L_{L12}$ [mH]	$R_{burden}$ [Ω]
70,254	60	1	500	100	0,2	1,6	0,1	0,1	202,8

No ensaio de carga, os enrolamentos  $N_1$  e  $N_2$  correspondem ao primário e ao secundário do TC, respectivamente, e  $N_{aux}$  é um enrolamento auxiliar, em que foi conectada uma sonda de tensão de alta impedância de maneira que, do ponto de vista do TC, esse enrolamento estivesse em aberto.  $N_{aux}$  é utilizado para medir o fluxo magnético utilizando o princípio regido pela lei de Faraday, equação (2.5). Os parâmetros  $r_1$  e  $r_2$  são as resistências dos enrolamentos medidas diretamente com auxílio de um multímetro de precisão adequada para o nível da grandeza a ser medida. As indutâncias de dispersão  $L_{L11}$  e  $L_{L12}$  são parâmetros de difícil determinação, tanto de maneira prática quanto analítica. Experimentalmente, contudo, observa-se que o valor destas indutâncias para baixa frequência (~60 Hz) para um TC de geometria toroidal e com núcleo composto por um material de alta permeabilidade é relativamente baixo e praticamente não tem influência no desempenho do dispositivo. Em [19], os autores mostram um equacionamento para se obter a indutância de dispersão em transformadores que operam em frequências mais altas. Neste trabalho, atribuiu-se um baixo valor às indutâncias de dispersão de maneira a garantir a solução do sistema e a não influenciar significativamente o resultado da simulação (os valores de  $L_{L11}$  e  $L_{L12}$  devem ser não nulos para garantir que a matriz  $M$  (equação (2.70)) seja não singular e que sua inversa possa ser calculada conforme exposto na seção 2.4.1). Os valores dessas grandezas mostrados na Tabela 4-2 não puderam ser comprovados experimentalmente, porém

constata-se que, com base em dados práticos, os valores considerados nesta estimativa influenciam menos do que outras simplificações adotadas para o modelo.

As próximas seções consideram a ‘Amostra 1’ descrita aqui como referência para comparação dos resultados dos cálculos do modelo com os ensaios práticos realizados na amostra.

Os parâmetros empregados para a simulação numérica estão na Tabela 4-3. No total, foram simulados 50 períodos da frequência fundamental da corrente de excitação  $I_1$  e foram utilizados 500 pontos por período. Esse número de períodos se mostrou suficientemente grande para assegurar que o TC já esteja em regime permanente. Os vetores resultantes das grandezas simuladas precisaram ser sincronizados com o correspondente vetor temporal obtido no ensaio para que as devidas comparações de fase pudessem ser realizadas. Os vetores de referência utilizados nessa sincronização foram o da corrente de excitação medida do primário e o da corrente de excitação simulada do primário. Os demais vetores foram sincronizados conforme essa referência. É importante destacar que, neste trabalho, os termos relacionados com as palavras “fase” e “defasagem” se referem ao deslocamento das formas de onda em questão no cruzamento por zero. Não estão, a priori, relacionados diretamente com a frequência fundamental da forma de onda. Nos gráficos gerados, o vetor de tempo inicia no instante igual a zero, porém os períodos mostrados correspondem sempre aos dois últimos períodos simulados, no caso os períodos 49 e 50 dos 50 simulados.

**Tabela 4-3 – Parâmetros para a simulação numérica.**

<b>Número de Períodos simulados</b>	<b>Número de pontos por período</b>	<b><math>\Delta t</math></b>
50	500	33,33 $\mu$ s

Na sequência, os resultados são apresentados. Primeiramente, os três modelos de permeabilidade descritos são simulados sem considerar as perdas magnéticas. Em seguida, os mesmos modelos de permeabilidade são utilizados em conjunto com as resistências elétricas equivalentes que representam as perdas no material ferromagnético. Apresentam-se, também, as conclusões para as variações dos parâmetros de entrada descritos. Nas comparações entre os valores medidos e simulados, o cálculo do erro é sempre feito tomando como referência o valor medido. Assim, se o valor medido é menor do que o simulado o erro é negativo, do contrário, positivo.

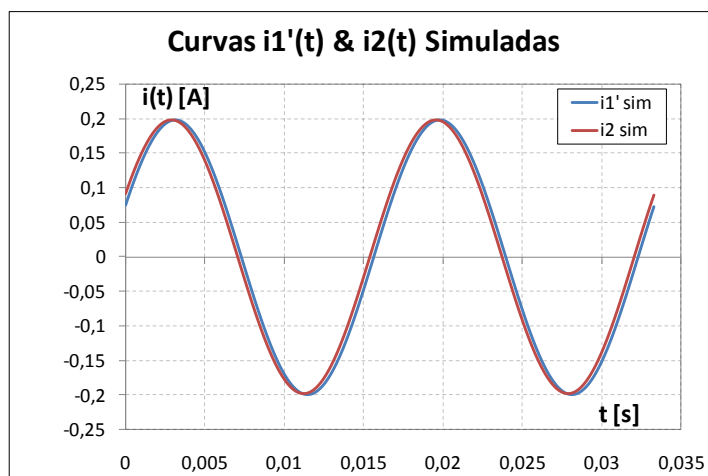
### ***4.3 Simulações sem considerar as perdas magnéticas***

Nesta seção, as simulações não consideram as perdas magnéticas no núcleo do TC e as três maneiras distintas de inserir a permeabilidade no algoritmo são estudadas. Ressalta-se, ainda, que os resultados dos ensaios utilizados na comparação entre cada variação dos parâmetros de entrada foram obtidos através do ensaio de operação do TC (ensaio de aplicação) e do ensaio de caracterização do núcleo na bancada da Brockhaus.

#### **4.3.1 Permeabilidade constante**

Uma das formas mais utilizadas para modelar a permeabilidade magnética de um aço é considerá-la constante na região de não saturação do material. Neste caso, a relação BH é representada através de uma relação linear e a inclinação da reta para uma função do tipo  $B \rightarrow f(H)$  é a permeabilidade magnética determinada pelos valores máximos de indução magnética e campo magnético no ponto de operação escolhido. Os ensaios foram realizados tomando como base os parâmetros mostrados na Tabela 4-2 e, conforme dados de ensaios na caracterização da amostra, a permeabilidade magnética relativa numa indução de 1 T é  $\mu_r = 16823$ .

Geralmente, o parâmetro de maior interesse num TC é a relação entre a corrente do primário e do secundário, com seus valores de amplitude e fase. Idealmente, a corrente do primário referida ao secundário possui exatamente a mesma amplitude e nenhuma diferença de fase em relação à corrente do secundário. Conforme visto no capítulo 2, algumas considerações são assumidas no modelo ideal, por exemplo, a permeabilidade é infinita, o núcleo magnético não tem nenhum tipo de perda e os enrolamentos que formam o TC possuem resistência nula. Sabe-se que na prática o transformador ideal não é factível e a Figura 4-2 mostra o resultado da simulação ao se considerar uma permeabilidade constante, porém finita, e as resistências nos enrolamentos não nulas determinadas pelos valores da Tabela 4-2.



**Figura 4-2 – Corrente do primário (referida ao secundário) e do secundário simuladas para uma permeabilidade constante e sem perdas magnéticas.**

Negligenciando-se o valor da perda magnética, porém considerando uma permeabilidade finita e as resistências dos enrolamentos, ocorre um erro de amplitude e fase na corrente elétrica, onde  $i_1'(t)$  é a corrente do primário referenciada ao secundário.

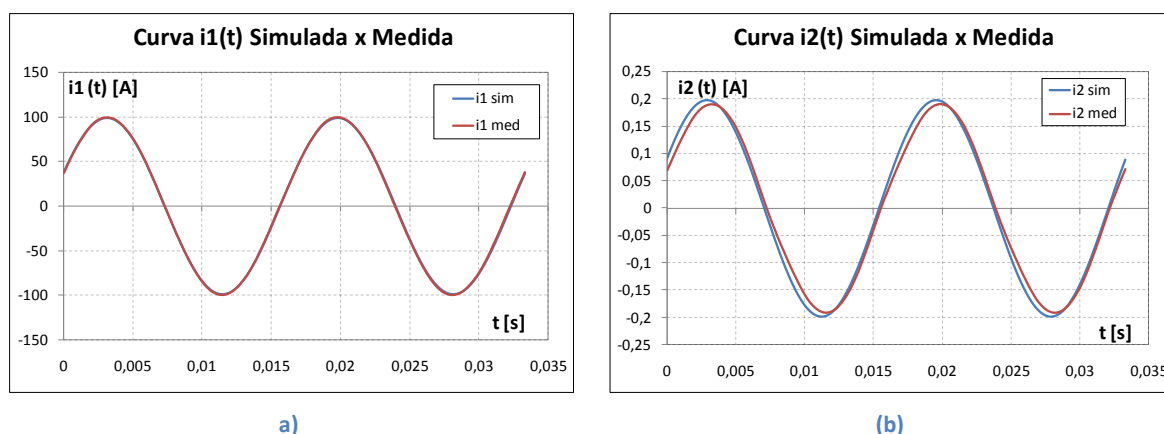
A Tabela 4-4 mostra quantitativamente os erros do valor RMS e de fase obtidos nesta simulação.

**Tabela 4-4 – Diferenças de amplitude e de fase na simulação em relação ao TC ideal para permeabilidade constante e sem perdas magnéticas.**

$i_1'$ RMS [mA]	140,51	Fase ( $\lambda$ ) entre $i_1'$ e $i_2$ [°]	-5,760
$i_2$ RMS [mA]	140,01		
Erro entre $i_1'$ e $i_2$	0,35 %		

Os resultados da simulação são comparados com os obtidos no ensaio de carga do TC. A Figura 4-3 (a) mostra a corrente  $i_1$  simulada e medida e a Figura 4-3 (b) mostra a corrente  $i_2$  simulada e medida.





**Figura 4-3 – Correntes no primário (a) e no secundário (b) simuladas e medidas para uma permeabilidade constante e sem perdas magnéticas.**

A amplitude e a fase da corrente elétrica de entrada  $i_1(t)$  são ajustadas na simulação para condizer exatamente com a forma de onda obtida no ensaio. Visualmente não há diferença entre as duas correntes do primário como pode ser visto na Figura 4-3 (a). Os demais vetores resultantes da simulação são sincronizados conforme esses dois vetores que formam a referência temporal para as comparações. Analisando-se a Figura 4-3 (b), percebe-se que a corrente  $i_2$  simulada possui uma amplitude levemente superior a  $i_2$  medida. A Tabela 4-5 mostra uma comparação quantitativa entre os valores absolutos das correntes de entrada e saída. O valor RMS da corrente do secundário simulada é maior do que a medida correspondente.

**Tabela 4-5 – Comparação quantitativa dos valores RMS medidos e calculados de  $i_1$  e  $i_2$  para uma permeabilidade constante e sem perdas magnéticas.**

<b><math>i_1</math> RMS simulada [A]</b>	70,254	<b><math>i_2</math> RMS simulada [mA]</b>	140,01
<b><math>i_1</math> RMS medida [A]</b>	70,254	<b><math>i_2</math> RMS medida [mA]</b>	133,45
<b>Erro <math>i_1</math> %</b>	0,00 %	<b>Erro <math>i_2</math> %</b>	-4,92 %

Do ponto de vista magnético, a Figura 4-4 (a) mostra as formas de onda da indução e do campo (medidas e calculadas) em função do tempo. A Figura 4-4 (b) mostra o laço BH medido na bancada da Brockhaus para uma indução de 1,05 T (valor próximo do ponto de operação obtido no ensaio de carga) e a relação BH linear utilizada como dado de entrada para esta simulação.

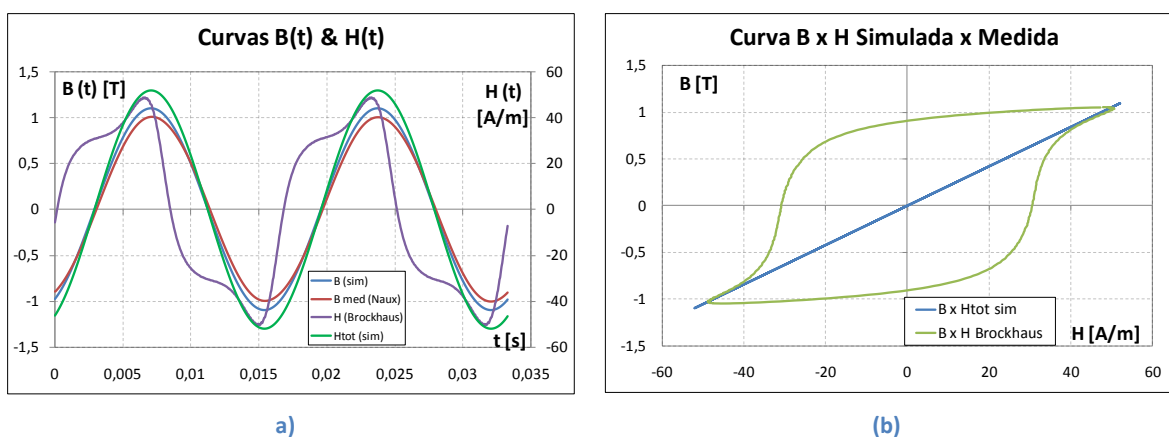


Figura 4-4 – Curvas de indução e campo magnéticos simulados e medidos para uma permeabilidade constante e sem perdas magnéticas.

Repara-se que as formas de onda da indução magnética simulada e medida através de  $N_{aux}$  apresentam uma diferença na amplitude, porém ambas são senoidais e estão em fase. Ainda, percebe-se que a forma de onda do campo magnético simulado é senoidal e está em fase com a indução magnética simulada. Esse resultado seria correto se a permeabilidade do material magnético fosse de fato linear e não houvesse perdas de qualquer natureza no núcleo. Fica clara a incoerência do resultado da forma de onda do campo simulado quando comparada à forma de onda medida na bancada da Brockhaus.

A Tabela 4-6 mostra uma comparação entre as induções e os campos magnéticos simulados e medidos. O erro de -9,03 % é calculado com os valores de indução máxima simulada e com valor medido através do enrolamento auxiliar, tomando o último como referência. Tendo-se em vista que não é possível medir diretamente o campo magnético no interior do núcleo do TC durante o ensaio de operação, optou-se por comparar o valor simulado com o valor do campo medido pela bancada da Brockhaus durante a caracterização magnética. Como o ponto de operação é praticamente o mesmo, considera-se que o valor do campo medido é suficientemente preciso para viabilizar a comparação com o campo simulado, possibilitando também o cálculo do erro entre os valores simulados e medidos. Pela mesma razão, a grandeza corrente no núcleo medida (vide Figura 4-6, por exemplo), utilizada na comparação com a corrente do núcleo simulada, também é calculada indiretamente através do campo magnético medido pela bancada da Brockhaus. Essas considerações são assumidas para todas as comparações dessas grandezas na sequência deste trabalho.

**Tabela 4-6 – Comparações entre a indução e o campo medidos e calculados para uma permeabilidade constante e sem perdas magnéticas.**

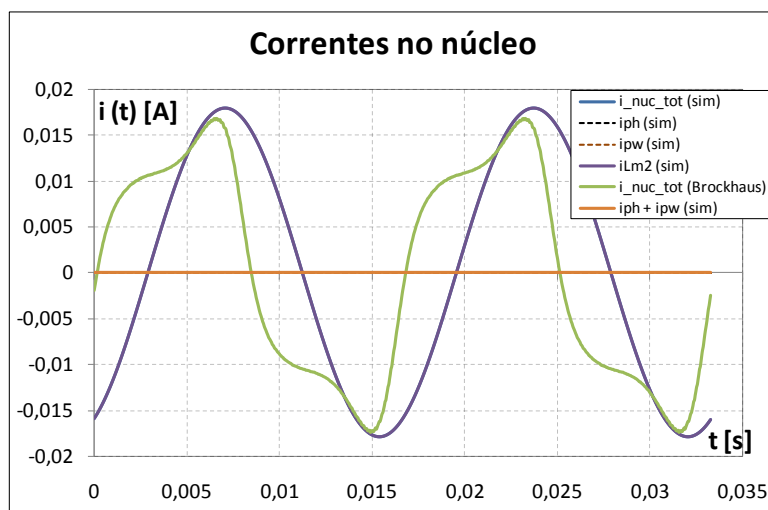
<b>Bmax simulada [T]</b>	1,099	<b>Hmax simulado [A/m]</b>	52,01
<b>Bmax medida [T] (Naux)</b>	1,008	<b>Hmax medido [A/m] (Naux)</b>	-
<b>Bmax medida [T] (Brockhaus)</b>	1,051	<b>Hmax medido [A/m] (Brockhaus)</b>	50,61
<b>Erro Bmax (ref. Naux)</b>	-9,03 %	<b>Erro Hmax % (Brockhaus)</b>	-2,76 %

Como não há perdas magnéticas consideradas na simulação, o campo coercitivo simulado é nulo, conforme pode ser visto na Tabela 4-7. O valor do campo coercitivo resultante de  $\pm 0,46$  [A/m] está relacionado com erros numéricos da simulação.

**Tabela 4-7 – Campos coercitivos simulados e medidos para uma permeabilidade constante e sem perdas magnéticas.**

<b>Hc sim [A/m] (positivo)</b>	0,46	<b>Hc sim [A/m] (negativo)</b>	-0,46
<b>Hc Brockhaus [A/m] (positivo)</b>	30,58	<b>Hc Brockhaus [A/m] (negativo)</b>	-30,88
<b>Erro Hc (positivo) %</b>	98,49 %	<b>Erro Hc (negativo) %</b>	98,51 %

Do ponto de vista das grandezas elétricas no núcleo, a Figura 4-5 mostra uma comparação das três componentes de corrente simuladas no núcleo ( $i_{ph}$ ,  $i_{pw}$  e  $i_{Lm2}$ ) e a corrente obtida com o ensaio na bancada da Brockhaus. Percebe-se que, como as perdas não são consideradas, a única corrente existente na simulação é a  $i_{Lm2}$ , sobre a indutância de magnetização do modelo elétrico. Como a permeabilidade é constante, a forma de onda da corrente  $i_{Lm2}$  é senoidal.



**Figura 4-5 – Correntes no núcleo do TC (Simulada x Medida) para uma permeabilidade magnética constante e sem perdas magnéticas.**

A Figura 4-6 mostra uma comparação entre as formas de onda da corrente e da tensão induzida no núcleo medidas e simuladas.

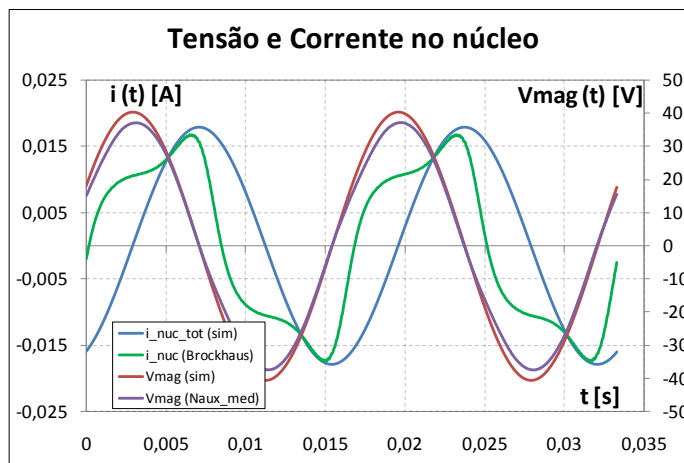


Figura 4-6 – Tensões e correntes no núcleo do TC.

Nota-se que as tensões sobre a indutância de magnetização simulada e medida (através de  $N_{aux}$ ) apresentam forma de onda senoidal e estão praticamente em fase, mas variam quanto à amplitude. A corrente simulada está em quadratura com a tensão sobre a indutância de magnetização simulada, fato que indica a inexistência de potência ativa no núcleo. As formas de onda medidas apresentam uma defasagem diferente de  $90^\circ$ , indicando a existência de perdas magnéticas. A Tabela 4-8 e a Tabela 4-9 indicam uma comparação entre os valores RMS e de fase das formas de onda. A tensão sobre a indutância de magnetização é comparada com a medida através do enrolamento auxiliar e a corrente no núcleo é comparada tomando como base a curva obtida pela bancada da Brockhaus, pois ela não pode ser medida diretamente através do enrolamento auxiliar.

Tabela 4-8 – Comparações entre valores RMS da tensão de magnetização e da corrente do núcleo para uma permeabilidade constante e perdas não consideradas.

Vmag RMS sim [V]	28,618	inúcleo RMS sim [mA]	12,68
Vmag RMS med [V] (Naux)	26,178	inúcleo RMS med [mA] (Brockhaus)	11,55
Erro % Vmag	-9,32 %	Erro % inúcleo	-9,81 %

Tabela 4-9 - Fases entre as correntes do núcleo e as tensões de magnetização simuladas e medidas.

Fase inúcleo X Vmag sim [°]	-90,0
Fase inúcleo X Vmag [°] (Brockhaus)	-29,9
Erro do ângulo de fase entre inúcleo X Vmag	-200,71 %

Para finalizar as comparações, a Figura 4-7 mostra as formas de onda das potências instantâneas em função do tempo. O valor médio da potência simulada é nulo, fato que indica um material sem perdas. Já a forma de onda da potência medida apresenta um valor médio positivo.

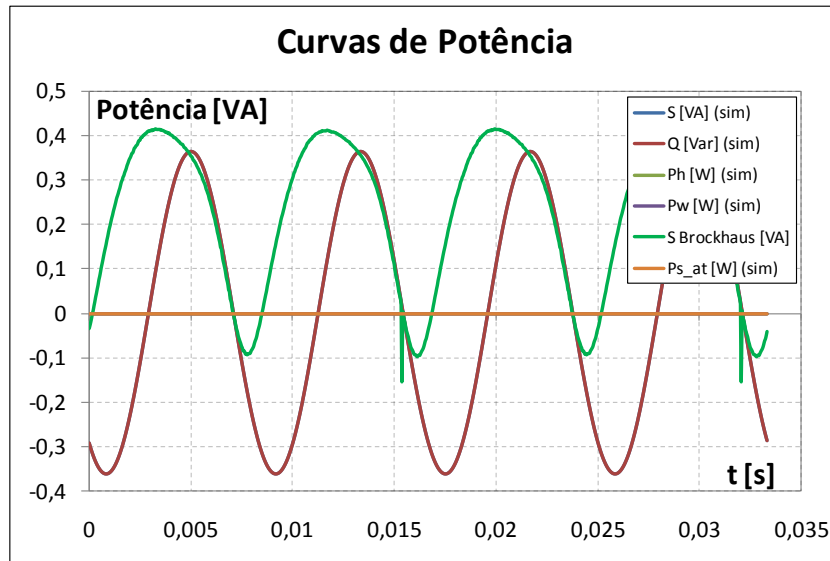


Figura 4-7 – Potências dissipadas no núcleo do TC para uma permeabilidade constante e sem perdas consideradas.

#### 4.3.2 Permeabilidade obtida da curva de magnetização inicial

Outra forma de representar a permeabilidade é utilizando a curva de magnetização inicial. Ela é obtida através de um ensaio variando-se a indução magnética desde valores reduzidos até próximos à saturação do material. Os pontos com coordenadas definidas pelos valores máximos de indução e os respectivos campos magnéticos para cada medição formam a curva de magnetização inicial do material.

A amostra 1 foi ensaiada na bancada da Brockhaus e a Figura 4-8 (a) mostra a curva de magnetização inicial obtida para o dispositivo. Como parâmetros de entrada do algoritmo proposto, traçam-se as curvas de permeabilidade e relutividade magnéticas mostradas na Figura 4-8 (b). Uma curva na forma  $y = Ax^B$  calculada através dos pontos medidos na bancada é proposta para representar a curva de relutividade em função da indução magnética. A equação (4.1) mostra os parâmetros obtidos.

$$\nu(B) = 36,11B^{-0,393} \quad (4.1)$$

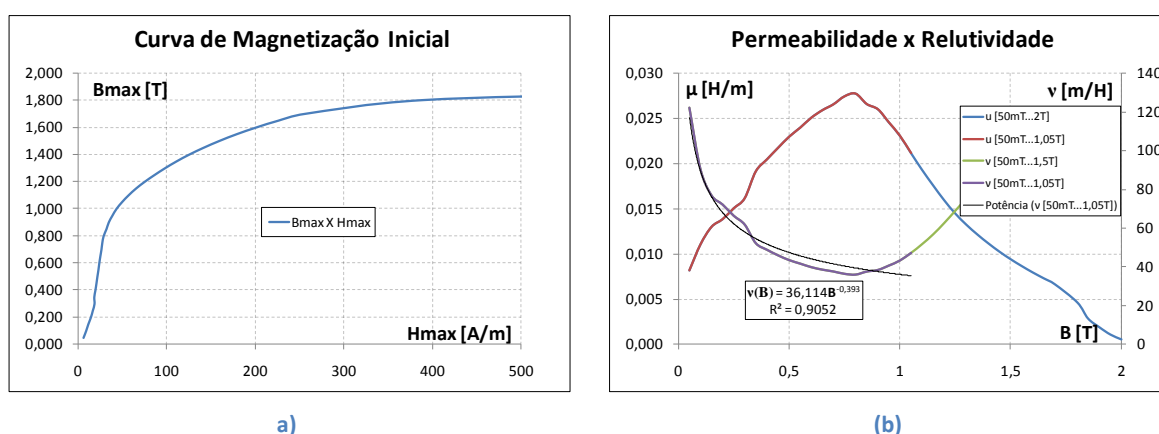


Figura 4-8 – Curvas de magnetização inicial (a), da permeabilidade e da relutividade magnéticas correspondentes (b).

O resultado da simulação para as correntes do primário e secundário do TC é mostrado na Figura 4-9.

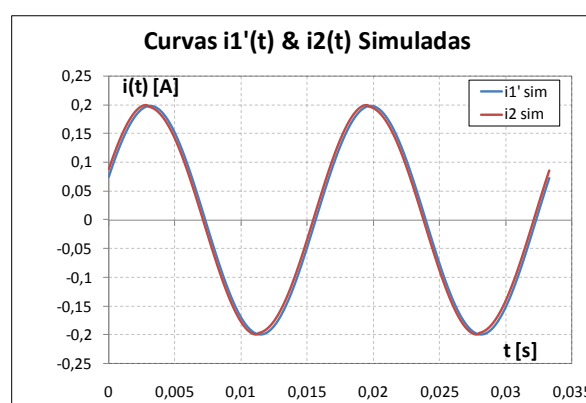


Figura 4-9 – Correntes do TC simuladas utilizando a curva de magnetização inicial e sem a consideração das perdas.

A Tabela 4-10 mostra uma comparação entre os valores simulados.

Tabela 4-10 – Erros de amplitude e fase para o modelo da curva de magnetização inicial e sem perdas magnéticas.

$i_1'$ RMS [mA]	140,51	Fase ( $\lambda$ ) entre $i_1'$ e $i_2$ [°]	-4,320
$i_2$ RMS [mA]	140,12		
Erro % entre $i_1'$ e $i_2$	0,28 %		

O resultado obtido computacionalmente é então comparado aos valores medidos na Figura 4-10.

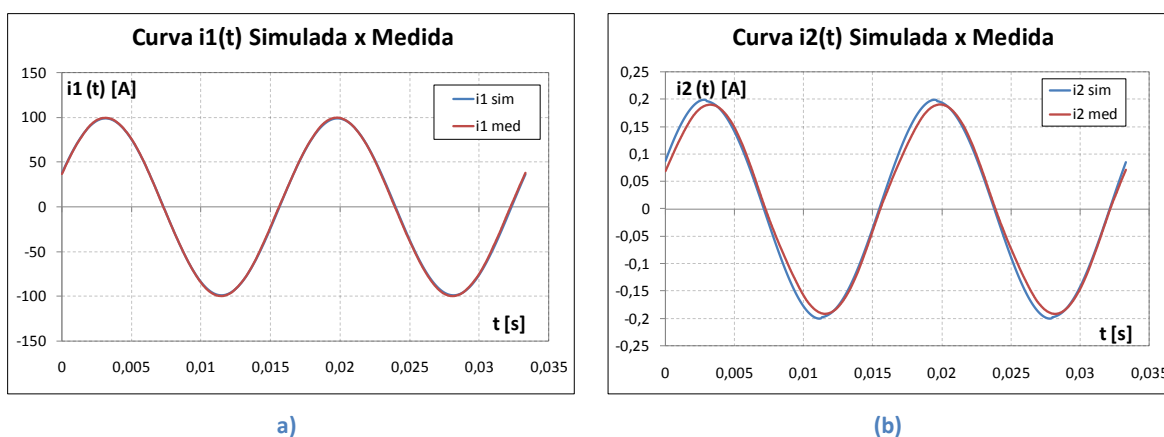


Figura 4-10 – Correntes elétricas no primário (a) e no secundário (b) simuladas e medidas para a curva de magnetização inicial e sem a consideração das perdas.

A Tabela 4-11 mostra uma comparação com os valores medidos para as correntes. Nota-se que a corrente RMS simulada no secundário é maior do que a corrente medida.

Tabela 4-11 – Valores RMS medidos e calculados para as correntes do TC.

$i_1$ RMS simulada [A]	70,254	$i_2$ RMS simulada [mA]	140,12
$i_1$ RMS medida [A]	70,254	$i_2$ RMS medida [mA]	133,45
Erro $i_1$ %	0,00%	Erro $i_2$ %	-5,00 %

A Figura 4-11 (a) mostra B e H em função do tempo. Verifica-se que  $H_{tot}$  da simulação não é mais senoidal, mas sim representado como uma função da relutividade magnética obtida da curva de magnetização inicial do material. Repara-se que, para valores próximos de campo nulo, H apresenta uma derivada grande, em razão da baixa permeabilidade do material nesta região. A Figura 4-11 (b) mostra o modelo de permeabilidade utilizado dado pela equação (4.1) em comparação com o laço BH.

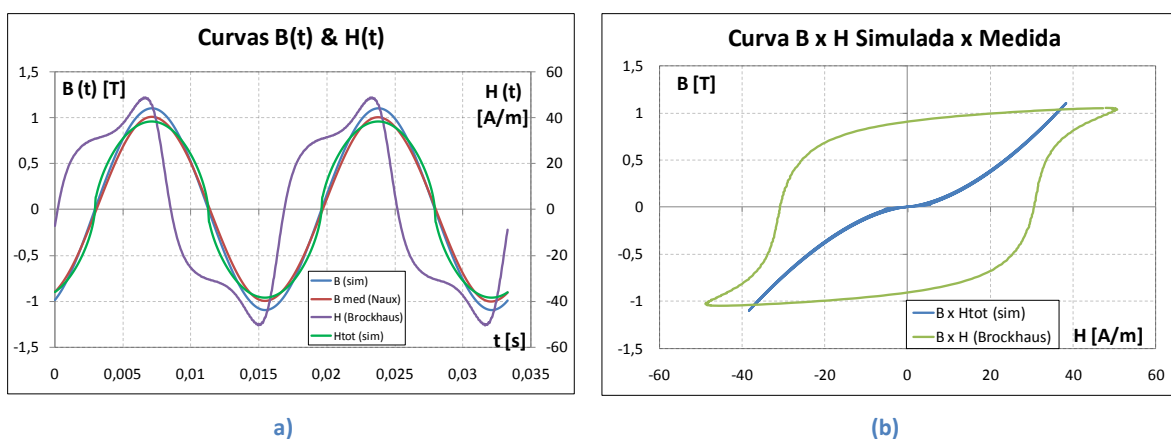


Figura 4-11 – Curvas de indução e campos simuladas e medidas para a curva de magnetização inicial e sem a consideração das perdas.

A Tabela 4-12 mostra que os valores de indução simulados não sofreram significativas alterações em relação aos obtidos anteriormente para o caso de permeabilidade constante (vide Tabela 4-6), ao contrário dos valores de campo magnético que estão bem diferentes entre si. Esse comportamento deve-se ao fato da curva de magnetização inicial utilizada para a simulação não atingir os níveis de campo medidos pela bancada da Brockhaus, o que leva à conclusão de que a representação da magnetização por este modelo possui limitações. O erro de  $B_{\max}$  é calculado entre o valor simulado e o valor medido em  $N_{\text{aux}}$ , enquanto que o erro de  $H_{\max}$  é medido entre o valor simulado e o valor medido pela bancada.

Tabela 4-12 – Comparações entre a indução e o campo medidos e calculados para a curva de magnetização inicial e sem a consideração das perdas.

<b>Bmax sim [T]</b>	1,100	<b>Hmax simulado [A/m]</b>	38,27
<b>Bmax med [T] (Naux)</b>	1,008	<b>Hmax medido [A/m] (Naux)</b>	-
<b>Bmax med [T] (Brockhaus)</b>	1,051	<b>Hmax medido [A/m] (Brockhaus)</b>	50,61
<b>Erro Bmax % (Naux)</b>	-9,12 %	<b>Erro Hmax % (Brockhaus)</b>	24,38 %

A Figura 4-12 mostra as grandezas elétricas no núcleo, simuladas e medidas. A forma de onda da corrente simulada é proporcional ao campo magnético e não é mais senoidal, visto que a permeabilidade é representada pela curva de magnetização inicial. A tensão e a corrente simuladas estão ainda em quadratura, o que indica a ausência de potência ativa dissipada no núcleo.



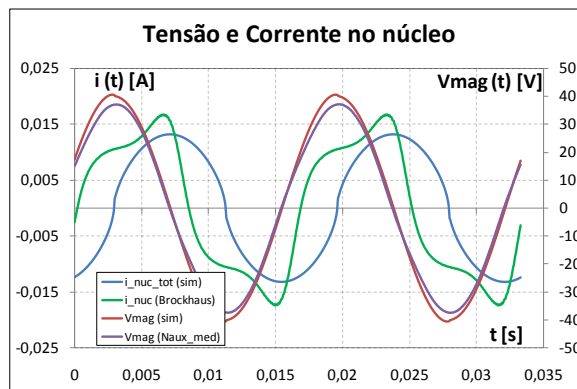


Figura 4-12 – Tensão e corrente no núcleo magnético.

A Tabela 4-13 e a Tabela 4-14 mostram uma comparação quantitativa das grandezas de tensão e corrente no núcleo, medidas e simuladas, tanto em termos dos valores RMS quanto de fase. A tensão sobre a indutância de magnetização simulada é comparada com a medida em  $N_{aux}$  e a corrente no núcleo é comparada com a medida indiretamente pela Brockhaus.

Tabela 4-13 – Valores RMS das tensões e correntes no núcleo utilizando a curva de magnetização inicial.

Vmag RMS sim [V]	28,640	inúcleo RMS sim [mA]	10,21
Vmag RMS med [V] (Naux)	26,178	inúcleo RMS med [mA] (Brockhaus)	11,55
Erro Vmag %	-9,41%	Erro % inúcleo	11,58%

Tabela 4-14 - Fases da corrente em relação à tensão simulada e medida.

Fase inúcleo X Vmag sim [°]	-89,3
Fase inúcleo X Vmag [°] (Brockhaus)	-29,9
Erro do ângulo de fase entre inúcleo X Vmag	-198,31%

Por fim, a Figura 4-13 mostra as curvas de potências instantâneas simuladas e medida. A forma de onda que representa a simulação possui valor médio nulo, diferentemente da medida, que apresenta um valor positivo.

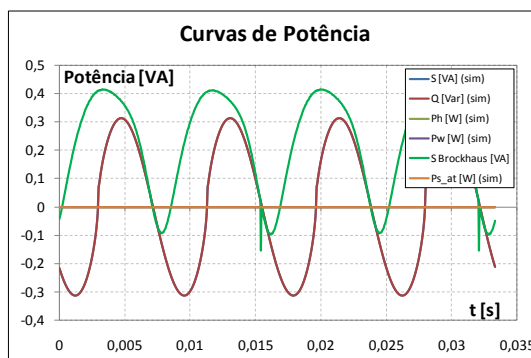


Figura 4-13 – Curvas de potência considerando a curva de magnetização inicial e o modelo sem perdas.

### 4.3.3 Permeabilidade obtida da curva de magnetização sem histerese

O conceito de curva sem histerese para um material ferromagnético é abstrato, pois esta curva não aparece como um fenômeno da natureza do material. A perda sem histerese se refere à magnetização sem perda de energia, um fenômeno ideal [10]. Em [20], o autor apresenta um método para obter essa curva, porém o processo apresentado é oneroso, não trivial e necessita de equipamentos especiais. Neste trabalho, optou-se por determinar a curva de magnetização sem histerese de maneira simplificada, com informações do laço BH medido na bancada da Brockhaus para cada valor de indução máxima, em especial, para a indução do ponto de operação considerado. Mais detalhes sobre a obtenção da curva de magnetização sem histerese podem ser encontrados nas referências [20], [21], [22] e [23]. Não é objetivo deste trabalho aprofundar-se no modo como tal curva foi obtida.

A Figura 4-14, em conjunto com as equações (4.2), (4.3) e (4.4), mostra como a curva de magnetização sem histerese foi obtida. Os pontos  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $H_1$  e  $H_2$  são definidos nesta figura.

$$B_{ah} = f(H_{ah}) \quad (4.2)$$

$$B_{ah} = (B_1 + B_2)/2 \quad (4.3)$$

$$H_{ah} = (H_1 + H_2)/2 \quad (4.4)$$

A curva de magnetização sem histerese está baseada no princípio da magnetização sem consumo de energia. É razoável supor que o melhor laço BH para obtê-la é aquele que possui a menor parcela de perdas. Para este fim, nos ensaios realizados com a amostra 1, foi utilizada a curva medida a 10 Hz, pois esta é a menor frequência testada que fornece um resultado com relativa precisão e baixa componente contínua devido ao controle do instrumento de medição. A 10 Hz, as perdas dinâmicas estão reduzidas quando comparadas aos valores a 60 Hz e supõe-se que para esta frequência o resultado é mais preciso. A Figura 4-14 mostra o laço BH medido a 10 Hz e a curva de magnetização sem histerese obtida a partir dela. Apenas para comparação, mostra-se também a curva de magnetização sem histerese obtida através do laço a 60 Hz. Verifica-se que, visualmente, as curvas a 10 Hz e a 60 Hz são semelhantes.

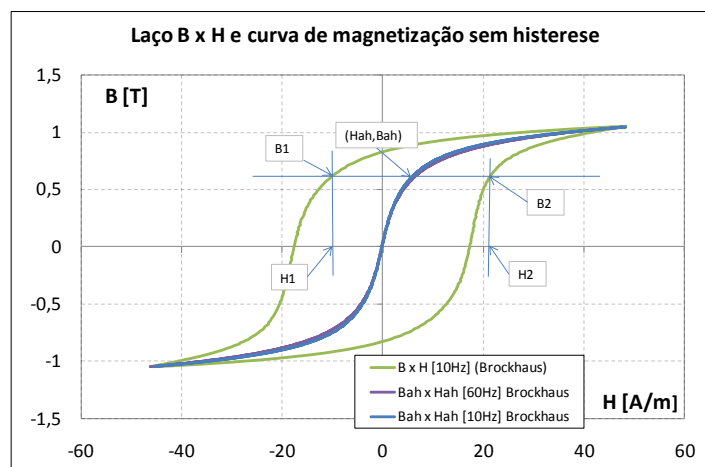


Figura 4-14 – Obtenção da curva de magnetização sem histerese.

Para empregar a curva de magnetização no algoritmo desenvolvido, faz-se necessário encontrar uma equação em função da indução magnética que represente a relutividade magnética. A Figura 4-15 mostra a equação utilizada nesta simulação obtida a uma indução de 1,05 T e 10 Hz.

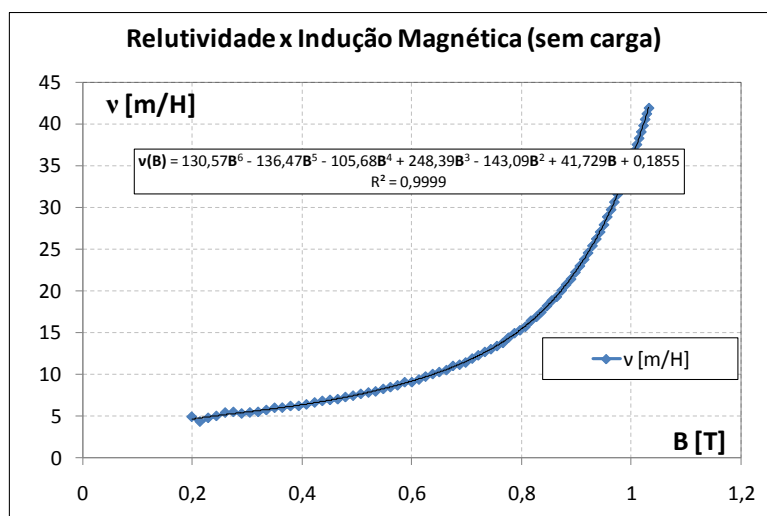


Figura 4-15 – Curva da relutividade magnética obtida a 1,05T e 10Hz.

O resultado da simulação para as correntes do primário e secundário do TC é mostrado na Figura 4-16.

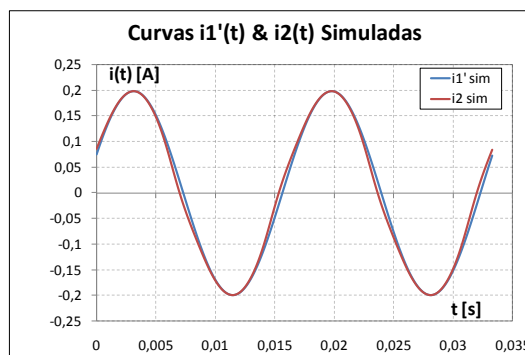


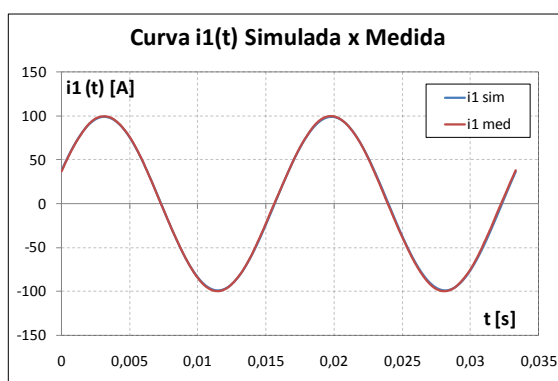
Figura 4-16 – Correntes do TC simuladas utilizando a curva de magnetização sem histerese e sem a consideração das perdas.

A Tabela 4-15 mostra uma comparação entre os valores simulados.

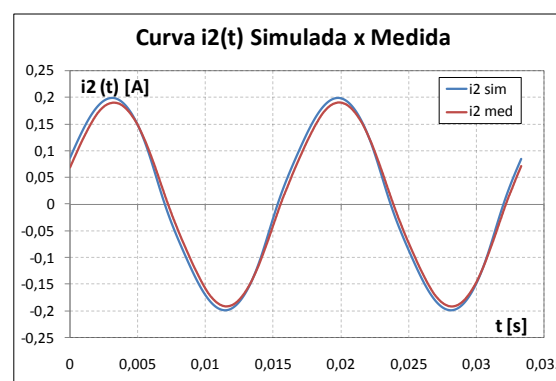
Tabela 4-15 – Erros de amplitude e fase com o modelo da curva de magnetização sem histerese.

$i_1'$ RMS [mA]	140,51	Fase ( $\lambda$ ) entre $i_1'$ e $i_2$ [ $^\circ$ ]	-7,200
$i_2$ RMS [mA]	140,24		
Erro % entre $i_1'$ e $i_2$	0,19 %		

As Figura 4-17 (a) e (b) mostram comparações entre as correntes medidas e calculadas. Percebe-se que a amplitude da forma de onda simulada é maior do que a medida. Esse resultado também é encontrado no valor RMS apresentado na Tabela 4-16.



a)



(b)

Figura 4-17 – Corrente elétrica no primário (a) e secundário (b) simulada e medida para a curva de magnetização sem histerese e sem a consideração das perdas.

Tabela 4-16 – Valores RMS medidos e calculados para as correntes do TC.

$i_1$ RMS simulada [A]	70,254	$i_2$ RMS simulada [mA]	140,24
$i_1$ RMS medida [A]	70,254	$i_2$ RMS medida [mA]	133,45
Erro $i_1$ %	0,00 %	Erro $i_2$ %	-5,09%

A Figura 4-18 (a) mostra a indução e o campo magnéticos em função do tempo. A grandeza  $H_{tot}$  é não senoidal e é função da relutividade magnética obtida pela caracterização da

curva de magnetização sem histerese do material. A fase de  $H_{tot}$  em relação à forma de onda da indução é zero, fato que mostra ainda um núcleo sem perdas magnéticas. A amplitude do campo magnético simulado é maior do que o medido. A Figura 4-18 (b) mostra o modelo de permeabilidade utilizando a curva de magnetização sem histerese do material dado pelas equações (4.3) e (4.4).

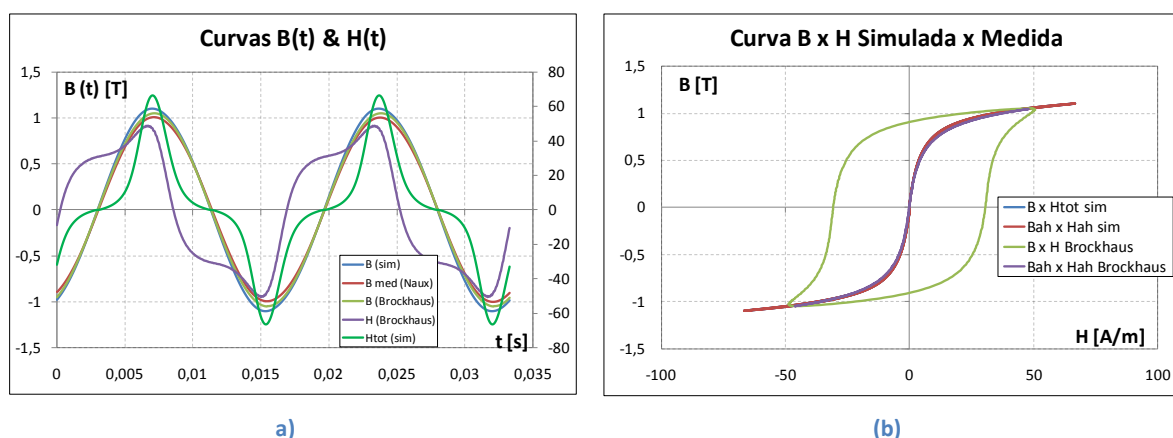


Figura 4-18 – Curvas de indução e campo simuladas e medidas para a curva de magnetização sem histerese e sem a consideração das perdas.

A Tabela 4-17 mostra uma comparação entre os valores máximos simulados e medidos. O valor de  $B_{max}$  simulado é comparado com o valor medido em  $N_{aux}$ , enquanto que o valor de  $H_{max}$  simulado é comparado com o valor medido pela Brockhaus.

Tabela 4-17 – Comparações entre a indução e o campo medidos e calculados.

<b>Bmax sim [T]</b>	1,101	<b>Hmax simulado [A/m]</b>	66,72
<b>Bmax med [T] (Naux)</b>	1,008	<b>Hmax medido [A/m] (Naux)</b>	-
<b>Bmax med [T] (Brockhaus)</b>	1,051	<b>Hmax medido [A/m] (Brockhaus)</b>	50,61
<b>Erro Bmax % (Naux)</b>	-9,16 %	<b>Erro Hmax % (Brockhaus)</b>	-31,84 %

A Figura 4-19 mostra as formas de onda da tensão e da corrente no núcleo magnético. A forma de onda da corrente está em quadratura com a tensão, indicando a inexistência de perdas na simulação.

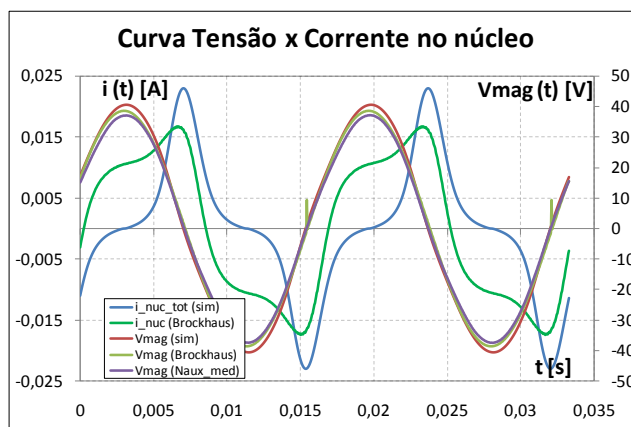


Figura 4-19 – Tensões e correntes no núcleo utilizando a curva de magnetização sem histerese.

A Tabela 4-18 e a Tabela 4-19 mostram uma comparação entre os valores RMS e de fase das grandezas elétricas no núcleo. A tensão sobre a indutância de magnetização simulada é comparada com a tensão medida em  $N_{aux}$ , enquanto que a corrente no núcleo simulada é comparada com a medida indiretamente pela Brockhaus.

Tabela 4-18 – Valores RMS das tensões e correntes no núcleo utilizando a curva de magnetização sem histerese.

Vmag RMS sim [V]	28,665	inúcleo RMS sim [mA]	10,78
Vmag RMS med [V] (Naux)	26,178	inúcleo RMS med [mA] (Brockhaus)	11,55
Erro Vmag %	-9,50 %	Erro % inúcleo	6,63 %

A fase da corrente em relação à tensão sobre a indutância de magnetização é de aproximadamente  $90^\circ$ , indicando a inexistência de perdas.

Tabela 4-19 – Fase da corrente em relação à tensão de magnetização no núcleo considerando a curva sem histerese.

Fase inúcleo X Vmag sim [°]	-92,9
Fase inúcleo X Vmag [°] (Brockhaus)	-29,9
Erro do ângulo de fase entre inúcleo X Vmag	-210,34 %

A Figura 4-20 mostra as formas de onda de potência instantânea no núcleo do TC.

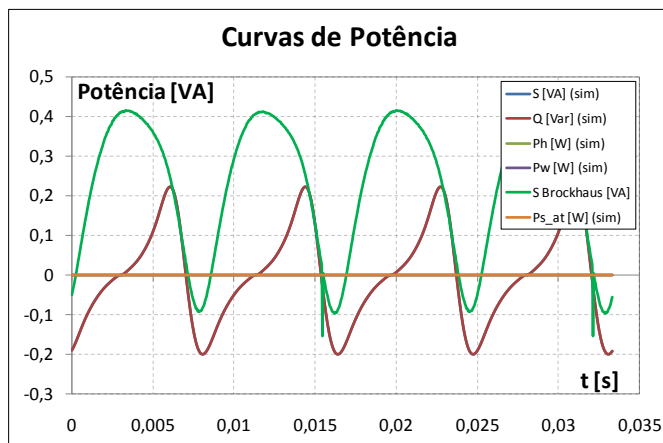


Figura 4-20 – Formas de onda da potência utilizando a curva de magnetização sem histerese e sem a consideração das perdas.

#### 4.4 Simulações considerando as perdas magnéticas

Nas seções anteriores, apresentaram-se os resultados obtidos com três tipos diferentes de modelagem para a permeabilidade magnética, porém as perdas magnéticas não foram consideradas. Com o intuito de verificar se a precisão obtida do modelo pode ser melhorada, acrescentam-se as perdas magnéticas nos modelos de permeabilidade estudados anteriormente.

Conforme exposto na seção 2.4.2, as perdas magnéticas serão inseridas na simulação do circuito elétrico equivalente do TC através de resistências equivalentes. Como a máquina da Brockhaus utilizada na validação do modelo fornece a separação das perdas em duas componentes distintas (a perda magnética de histerese e a perda dinâmica), duas resistências equivalentes devem ser calculadas.

A separação das perdas é automaticamente realizada pela bancada da Brockhaus. As perdas magnéticas são divididas em perdas por histerese e dinâmicas, porém é difícil mensurar o quão precisa é essa separação analisando-se apenas o resultado fornecido pela máquina. Por outro lado, a hipótese dessa separação não ser precisa importa pouco na validação, desde que a soma das parcelas represente a perda total com precisão. Isso se deve ao fato de as resistências equivalentes estarem conectadas em paralelo e seus efeitos são, então, somados.

Para se certificar de que a perda total é determinada com precisão pela bancada da Brockhaus e que esse resultado não influenciaria significativamente na validação do modelo, foram realizados dois ensaios na mesma amostra em dois dias diferentes. A Figura 4-21 mostra a tendência das curvas mensuradas pela máquina de teste. Vale ressaltar que a configuração da máquina foi feita de maneira idêntica nos dois casos.

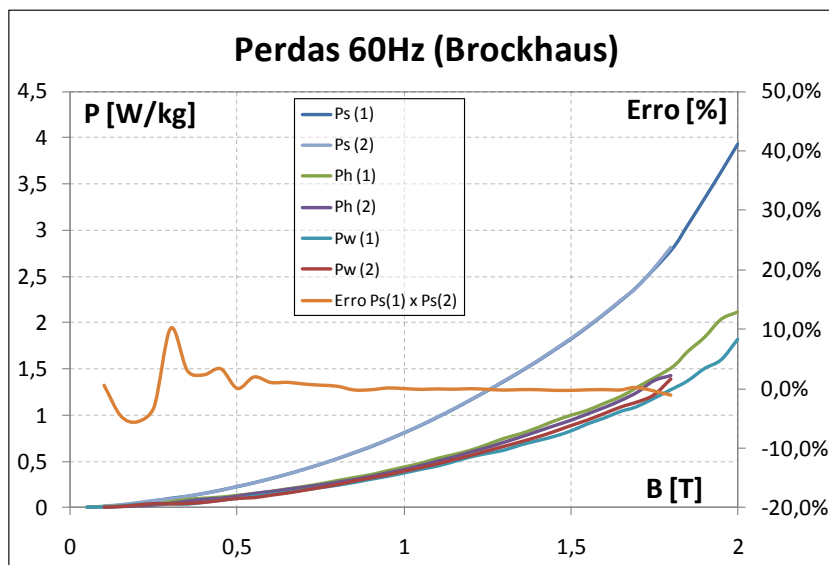


Figura 4-21 – Comparação entre ensaios na bancada da Brockhaus utilizando a mesma amostra em dias diferentes.

Pela análise da Figura 4-21, verifica-se que provavelmente há sim uma imprecisão na separação das perdas, pois as curvas de Ph e Pw não são coincidentes nos dois ensaios, apesar de estarem próximas entre si. Entretanto, pela análise da curva que indica o erro relativo entre Ps (1) e Ps (2), verifica-se que a perda total é medida com precisão (a imprecisão para baixas induções se deve principalmente às limitações do próprio equipamento de medição). Por essa análise, considera-se que a utilização da bancada da Brockhaus é apropriada e que ela não influenciará significativamente na validação dos resultados, visto que, conforme explicado, o parâmetro mais importante para o modelo é a representação precisa da perda total. Nas seções apresentadas na sequência, foram utilizados os resultados do primeiro ensaio feito, representado pelo índice “1” na Figura 4-21.

O próximo passo para a simulação é a obtenção das constantes que representam as perdas magnéticas e que, conseqüentemente, fornecerão os valores das resistências equivalentes. Elas são determinadas através de duas equações que representam as perdas por histerese e dinâmicas, em J/kg, em função da indução magnética. Essas equações foram determinadas no programa Excel através dos resultados experimentais e a Figura 4-22 mostra os parâmetros  $k_h$ ,  $\alpha$ ,  $k_w$  e  $\beta$  obtidos.



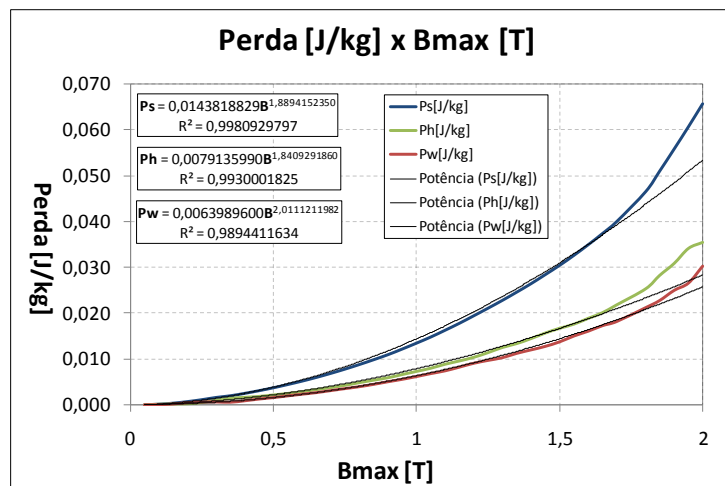


Figura 4-22 – Determinação das constantes para representação das perdas no modelo.

Conforme apresentado em 3.3, as equações (3.45) e (3.55) do algoritmo utilizam os seguintes parâmetros nesta simulação.

$$k_h = 0,0079135990 \quad (4.5)$$

$$\alpha = 1,8409291860 \quad (4.6)$$

$$k_w = 0,0063989600 \quad (4.7)$$

$$\beta = 2,0111211982 \quad (4.8)$$

#### 4.4.1 Permeabilidade constante

A Figura 4-23 mostra o resultado para as correntes do primário e do secundário simuladas utilizando-se a permeabilidade relativa constante de 16823 (obtida através do ensaio na Brockhaus) e resistências equivalentes para as perdas magnéticas.

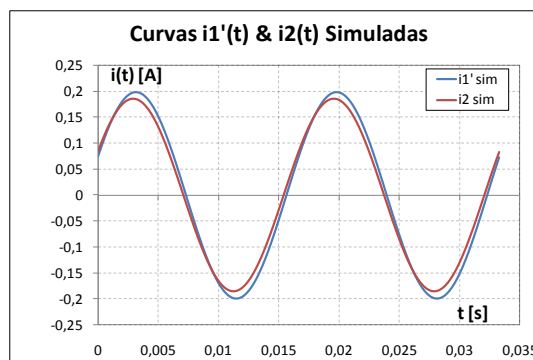


Figura 4-23 – Corrente do primário (referida ao secundário) e do secundário simuladas para uma permeabilidade constante e perdas magnéticas incluídas.

A Tabela 4-20 mostra quantitativamente o erro dos valores RMS e de fase obtidos nesta simulação.

Tabela 4-20 – Erros de amplitude e fase simulados em relação ao TC ideal para permeabilidade constante e com perdas.

$i_1'$ RMS [mA]	140,51	Fase ( $\lambda$ ) entre $i_1'$ e $i_2$ [°]	-5,040
$i_2$ RMS [mA]	131,17		
Erro % entre $i_1'$ e $i_2$	6,64 %		

Para mensurar de maneira quantitativa o algoritmo proposto, os resultados da simulação são comparados com os obtidos no ensaio de carga de TC. A Figura 4-24 (a) mostra a corrente  $i_1$  simulada e medida e a Figura 4-24 (b) mostra a corrente  $i_2$  simulada e medida.

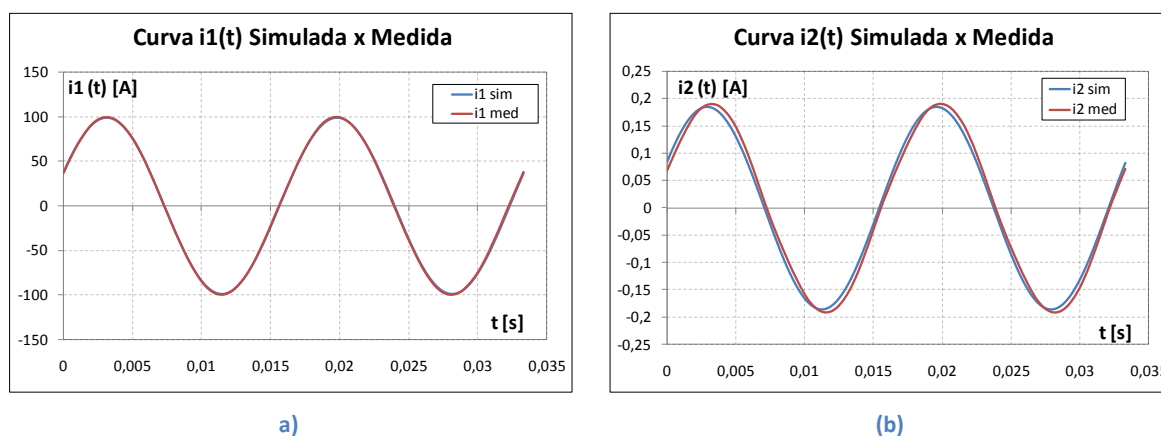


Figura 4-24 – Correntes elétricas no primário (a) e no secundário (b) simulada e medida para permeabilidade constante e perdas incluídas.

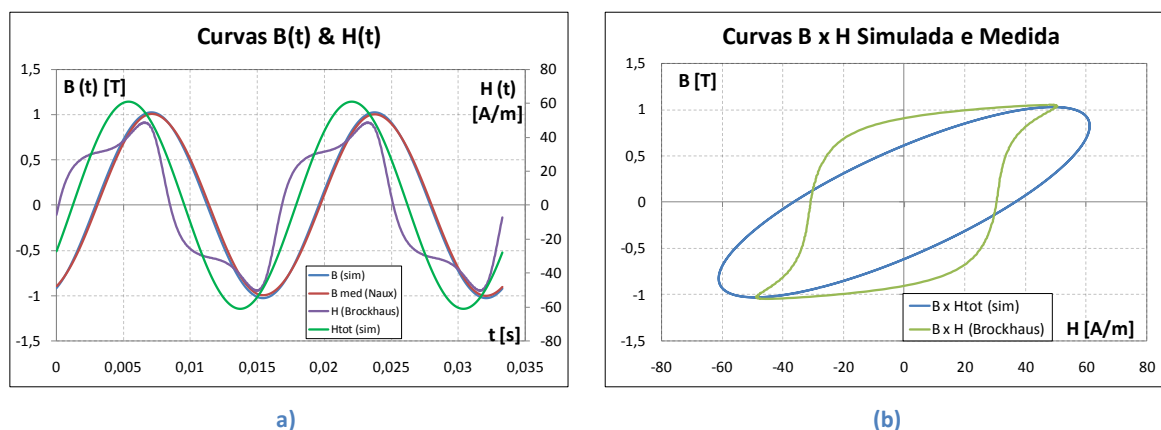
A Tabela 4-21 mostra a comparação entre os valores RMS. Verifica-se que o erro da corrente secundária neste caso é menor do que quando as perdas não são consideradas (vide Tabela 4-5) para uma permeabilidade constante. Esse fato indica que a inclusão das perdas

melhora a precisão do modelo. Por outro lado, percebe-se que ainda há uma diferença nas formas de onda das correntes do secundário para o modelo com permeabilidade constante.

**Tabela 4-21 – Comparação quantitativa dos valores RMS absolutos de  $i_1$  e  $i_2$ .**

$i_1$ RMS simulada [A]	70,254	$i_2$ RMS simulada [mA]	131,17
$i_1$ RMS medida [A]	70,254	$i_2$ RMS medida [mA]	133,45
Erro $i_1$ %	0,00 %	Erro $i_2$ %	1,70 %

Do ponto de vista magnético, a Figura 4-25 (a) mostra as formas de onda da indução e do campo, em função do tempo. As induções magnéticas medidas e calculadas são visualmente semelhantes entre si. O campo magnético simulado é senoidal (consequência da permeabilidade constante) e não representa fielmente o campo medido, porém apresenta uma defasagem em relação à indução. Isso indica a existência de perdas magnéticas. A Figura 4-25 (b) mostra o laço BH medido na Brockhaus para uma indução de 1,05 T e a relação BH obtida na simulação. A permeabilidade é constante e o laço BH simulado indica a existência de perdas magnéticas.



**Figura 4-25 – Curvas de indução e campo simuladas e medidas.**

A Tabela 4-22 mostra os valores máximos medidos e calculados para a indução e o campo magnético e a Tabela 4-23 mostra os valores de fase entre essas grandezas. O valor de  $B_{\max}$  simulado é comparado com o valor medido em  $N_{\text{aux}}$ , enquanto que o valor de  $H_{\max}$  simulado é comparado com o valor medido pela bancada da Brockhaus.

**Tabela 4-22 – Comparações entre a indução e o campo medidos e calculados.**

$B_{\max}$ sim [T]	1,030	$H_{\max}$ simulado [A/m]	61,06
$B_{\max}$ med [T] ( $N_{\text{aux}}$ )	1,008	$H_{\max}$ medido [A/m] ( $N_{\text{aux}}$ )	-
$B_{\max}$ med [T] (Brockhaus)	1,051	$H_{\max}$ medido [A/m] (Brockhaus)	50,61
Erro $B_{\max}$ % ( $N_{\text{aux}}$ )	-2,15 %	Erro $H_{\max}$ % (Brockhaus)	-20,64 %

Tabela 4-23 – Fase das formas de onda de indução e campo magnéticos.

Fase B x H sim [°]	-36,7
Fase B x H med [°] (Brockhaus)	-59,0
Erro % Medido x Simulado	37,77 %

A inserção das perdas magnéticas no modelo resulta num campo coercitivo simulado diferente de zero, o que permite a avaliação quantitativa deste parâmetro em relação ao valor obtido na prática. A Tabela 4-24 mostra o resultado para este parâmetro.

Tabela 4-24 – Comparação entre os campos coercitivos.

Hc sim [A/m] (positivo)	36,68	Hc sim [A/m] (negativo)	-36,68
Hc Brockhaus [A/m] (positivo)	30,58	Hc Brockhaus [A/m] (negativo)	-30,88
Erro Hc (positivo) %	-19,94 %	Erro Hc (negativo) %	-18,79 %

Do ponto de vista das grandezas elétricas no núcleo, a Figura 4-26 mostra uma comparação das três componentes de corrente simuladas ( $i_{ph}$ ,  $i_{pw}$  e  $i_{Lm2}$ ) e a corrente obtida com o ensaio na bancada da Brockhaus. Conforme explicado anteriormente, a grandeza mais importante na representação das perdas é a perda total. Nesta simulação, ela está representada pela curva  $i_{ph} + i_{pw}$ .

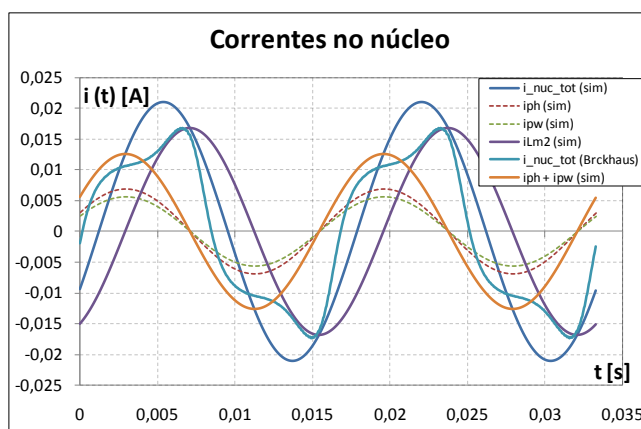


Figura 4-26 – Correntes no núcleo do TC (Simulada x Medida) para uma permeabilidade magnética constante e incluindo-se as perdas.

Para esclarecer a relação das grandezas elétricas tensão e corrente no núcleo magnético mostra-se a Figura 4-27. Os valores RMS são comparados na Tabela 4-25 e os valores de fase entre as formas de onda são mostrados na Tabela 4-26. A tensão sobre a indutância de magnetização simulada é comparada com a tensão medida em  $N_{aux}$ , enquanto que a corrente no núcleo simulada é comparada com a medida indiretamente pela Brockhaus.

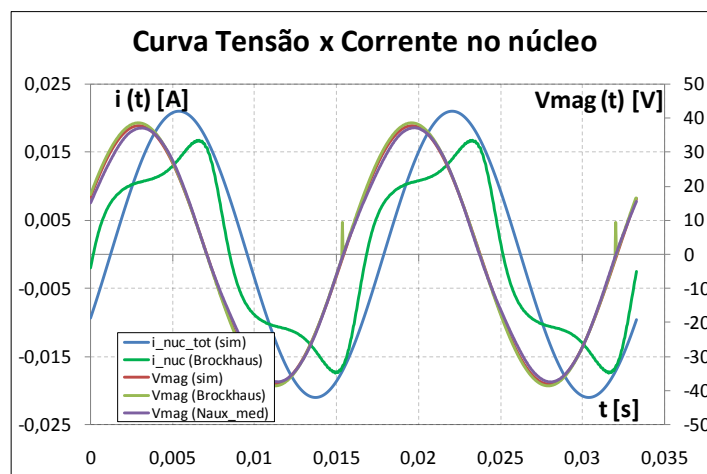


Figura 4-27 – Tensões e correntes no núcleo do TC para uma permeabilidade constante e com perdas consideradas.

Tabela 4-25 – Comparações entre valores RMS de Vmag e inúcleo.

Vmag RMS sim [V]	26,812	inúcleo RMS sim [mA]	14,88
Vmag RMS med [V] (Naux)	26,178	inúcleo RMS med [mA] (Brockhaus)	11,55
Erro Vmag %	-2,42%	Erro % inúcleo	-28,92%

Observa-se que os valores RMS de tensão estão próximos entre si, porém o valor de corrente no núcleo ainda não condiz com o medido. A Tabela 4-26 a seguir também indica um erro grande entre os valores de fase.

Tabela 4-26 - Fase entre a corrente do núcleo e a tensão de magnetização.

Fase inúcleo X Vmag sim [°]	-52,6
Fase inúcleo X Vmag [°] (Brockhaus)	-29,9
Erro do ângulo de fase entre inúcleo X Vmag	-75,62%

Por fim, apresentam-se as formas de onda da potência instantânea na Figura 4-28. O valor médio da forma de onda simulada não é mais nulo, o que indica a existência de perdas magnéticas.

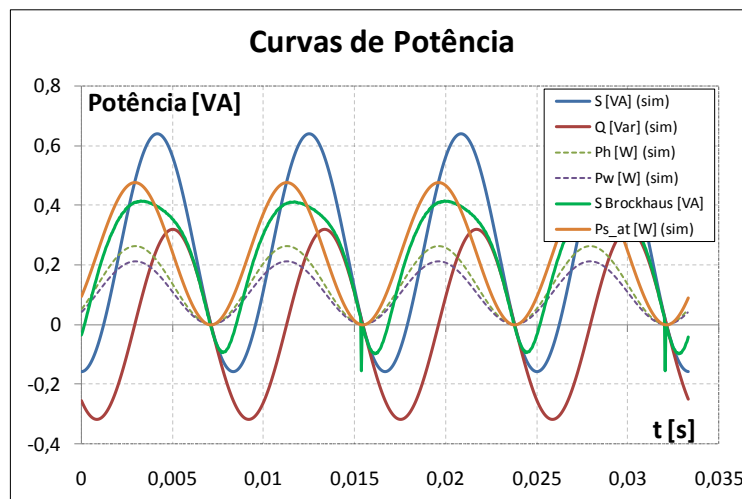


Figura 4-28 – Potências dissipadas no núcleo do TC para uma permeabilidade constante e com perdas consideradas.

A Tabela 4-27 indica uma comparação quantitativa entre os valores de perda medidos e calculados. As resistências equivalentes são simuladas com base nas equações (3.45) e (3.55) e nos parâmetros calculados por valores experimentais. Por isso, a comparação dos valores de resistência obtidos também é válida. Por outro lado, o conceito das resistências equivalentes é utilizado como uma ferramenta teórica para a simulação o que implica que elas não podem ser medidas fisicamente. Para viabilizar essa comparação com o valor experimental, faz-se necessário calculá-las indiretamente. Como o valor da resistência é dependente do ponto de operação do TC, utilizaram-se a tensão sobre a indutância de magnetização simulada e a perda medida em Watts (ambas no ponto de operação do teste) para se determinar o valor de um resistor equivalente medido. A equação (4.9) mostra como a resistência medida indiretamente é calculada.

$$R_{Brockhaus} = \frac{V_{mag\_rms}^2}{Perda(histerese\ e/ou\ dinâmica)} \quad (4.9)$$

Tabela 4-27 - Perdas medidas e calculadas para uma permeabilidade constante e com perdas consideradas.

Ps sim [W/kg]	0,908		
Ps med [W/kg] (Brockhaus)	0,889		
Erro Ps %	-2,16 %		
Ph sim [W/kg]	0,501	Rh sim [Ω]	5464,00
Ph med [W/kg] (Brockhaus)	0,480	Rh [Ω] (Brockhaus) *	5710,42
Erro Ph %	-4,43 %	Erro Rh %	4,32 %
Pw sim [W/kg]	0,407	Rw sim [Ω]	6723,17
Pw med [W/kg] (Brockhaus)	0,409	Rw [Ω] (Brockhaus) *	6695,20
Erro Pw %	0,50 %	Erro Rw %	-0,42 %

\* Calculada através da tensão sobre a indutância de magnetização simulada.

#### 4.4.2 Permeabilidade obtida da curva de magnetização inicial

A curva de magnetização inicial utilizada nesta simulação é idêntica a utilizada na seção 4.3.2. A diferença está na consideração das perdas magnéticas no modelo. O resultado para as correntes do primário e secundário do TC é mostrado na Figura 4-29.

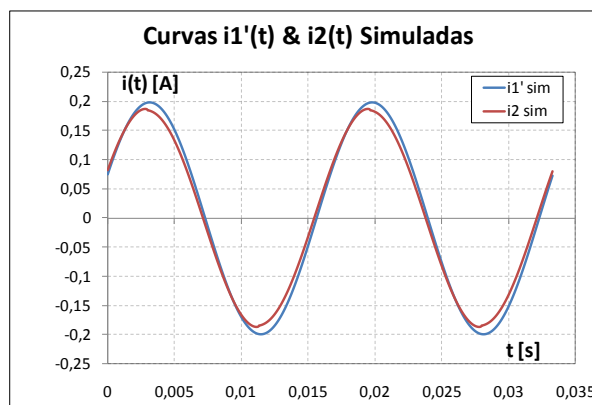


Figura 4-29 – Correntes simuladas com permeabilidade representada pela curva de magnetização inicial e as perdas magnéticas são consideradas.

A Tabela 4-28 mostra uma comparação entre os valores simulados.

Tabela 4-28 – Erros de amplitude e fase com o modelo da curva de magnetização inicial.

$i_1'$ RMS [mA]	140,51	Fase ( $\lambda$ ) entre $i_1'$ e $i_2$ [°]	-4,320
$i_2$ RMS [mA]	131,24		
Erro % entre $i_1'$ e $i_2$	6,59 %		

A Figura 4-30 mostra comparações entre as correntes medidas e calculadas e a Tabela 4-29 mostra a relação entre os valores RMS.

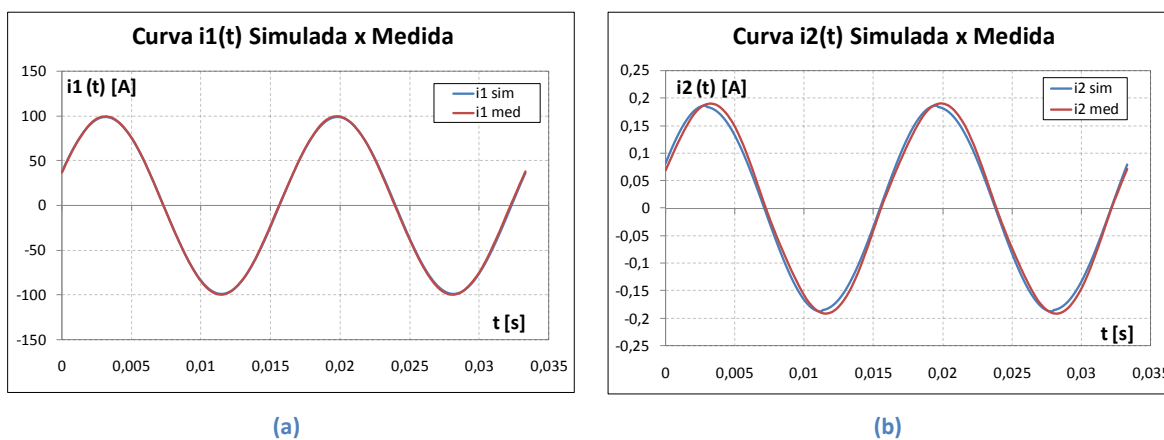


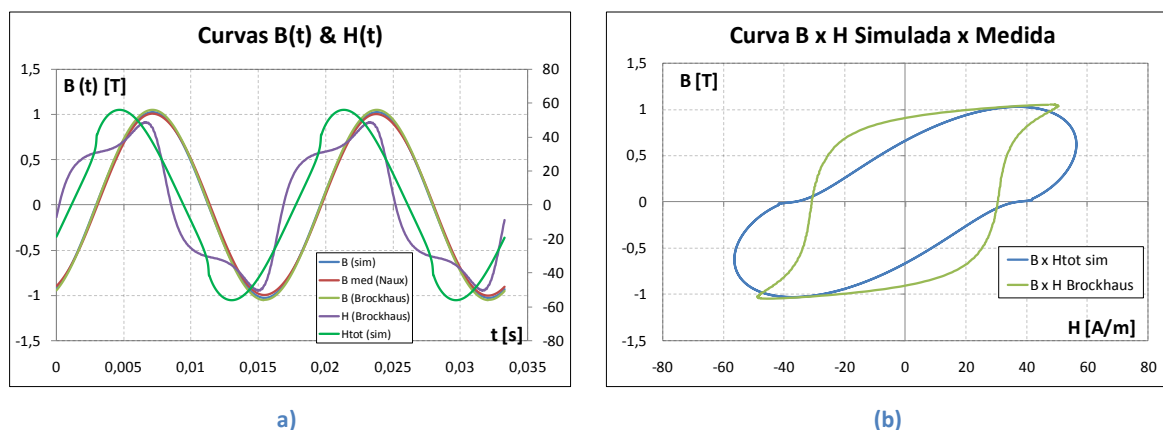
Figura 4-30 – Corrente elétrica no primário (a) e secundário (b) simulada e medida.

O resultado obtido com este tipo de representação de permeabilidade é bastante semelhante ao obtido com a permeabilidade constante. Os valores RMS estão próximos entre si, porém verifica-se que as formas de onda da corrente do secundário simulada e medida não estão perfeitamente alinhadas.

**Tabela 4-29 – Valores RMS medidos e calculados para as correntes do TC com perdas e permeabilidade pela curva de magnetização inicial.**

<b><math>i_1</math> RMS simulada [A]</b>	70,254	<b><math>i_2</math> RMS simulada [mA]</b>	131,24
<b><math>i_1</math> RMS medida [A]</b>	70,254	<b><math>i_2</math> RMS medida [mA]</b>	133,45
<b>Erro <math>i_1</math> %</b>	0,00 %	<b>Erro <math>i_2</math> %</b>	1,65 %

Do ponto de vista magnético, as Figura 4-31 (a) e (b) mostram as formas de onda da indução e do campo magnéticos em função do tempo. A indução magnética simulada é senoidal e se assemelha bastante às formas de onda medidas. Já o campo magnético não é mais senoidal e não está mais em fase com a indução, fato que indica a existência das perdas magnéticas. Por outro lado, verifica-se que a forma de onda não se assemelha com o campo medido. Essa observação fica mais clara na Figura 4-31 (b), onde são mostrados os laços BH medidos e calculados.



**Figura 4-31 – Curvas de indução e campo simuladas e medidas.**

A Tabela 4-30 mostra a relação dos valores máximos de indução e campo medidos e calculados e a Tabela 4-31 mostra a diferença de fase entre as grandezas. Verifica-se que o modelo com a permeabilidade representada pela curva de magnetização inicial apresenta divergências com os valores medidos e não os representa adequadamente. O valor de  $B_{\max}$  simulado é comparado com o valor medido em  $N_{aux}$ , enquanto que o valor de  $H_{\max}$  simulado é comparado com o valor medido pela Brockhaus.



Tabela 4-30 – Comparações entre a indução e o campo medidos e calculados.

Bmax sim [T]	1,031	Hmax simulado [A/m]	56,27
Bmax med [T] (Naux)	1,008	Hmax medido [A/m] (Naux)	-
Bmax med [T] (Brockhaus)	1,051	Hmax medido [A/m] (Brockhaus)	50,61
Erro Bmax % (Naux)	-2,20 %	Erro Hmax % (Brockhaus)	-11,17 %

Tabela 4-31 – Valores de fase entre B e H.

Fase B x H sim [°]	-39,6
Fase B x H med [°] (Brockhaus)	-59,0
Erro % Medido x Simulado	32,88 %

A Tabela 4-32 mostra uma comparação entre os campos coercitivos simulados e medidos para o modelo com a curva de magnetização inicial e a consideração das perdas magnéticas no modelo.

Tabela 4-32 – Comparação entre os campos coercitivos.

Hc sim [A/m] (positivo)	37,86	Hc sim [A/m] (negativo)	-37,86
Hc Brockhaus [A/m] (positivo)	30,58	Hc Brockhaus [A/m] (negativo)	-30,88
Erro Hc (positivo) %	-23,80%	Erro Hc (negativo) %	-22,62%

As formas de onda da tensão sobre a indutância de magnetização e da corrente no núcleo são proporcionais a indução magnética e ao campo magnético da Figura 4-31 e são mostradas na Figura 4-32.

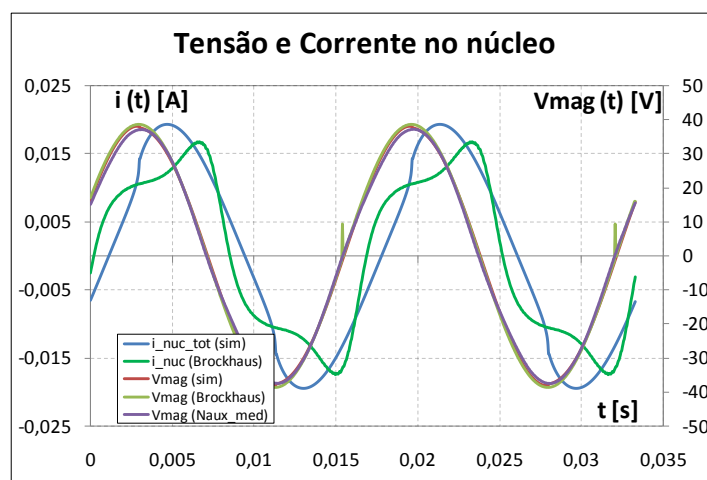


Figura 4-32 – Tensão e corrente no núcleo considerando perdas e a curva de magnetização inicial.

Por fim, mostram-se as formas de onda das potências instantâneas

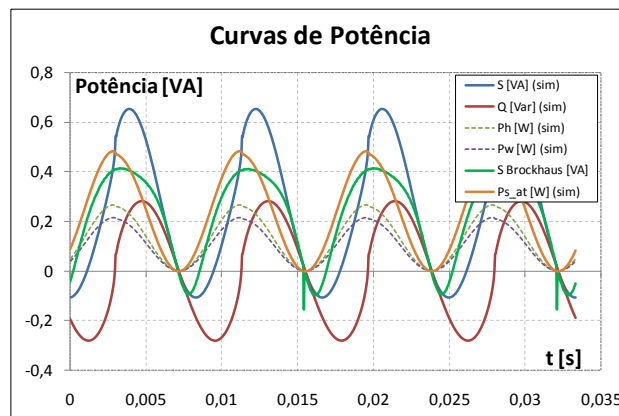


Figura 4-33 – Potências instantâneas para o modelo com a curva de magnetização inicial e perdas magnéticas.

A Tabela 4-33 mostra a comparação entre as parcelas das perdas e das resistências calculadas.

Tabela 4-33 – Comparação entre as potências medidas e calculadas para o modelo com perdas magnéticas e curva de magnetização inicial.

Ps sim [W/kg]	0,909		
Ps med [W/kg] (Brockhaus)	0,889		
Erro Ps %	-2,28%		
Ph sim [W/kg]	0,502	Rh sim [ $\Omega$ ]	5464,45
Ph med [W/kg] (Brockhaus)	0,480	Rh [ $\Omega$ ] (Brockhaus) *	5716,29
Erro Ph %	-4,54%	Erro Rh%	4,41%
Pw sim [W/kg]	0,408	Rw sim [ $\Omega$ ]	6723,14
Pw med [W/kg] (Brockhaus)	0,409	Rw [ $\Omega$ ] (Brockhaus) *	6702,08
Erro Pw %	0,37%	Erro Rw %	-0,31%

\* Calculada através da tensão sobre a indutância de magnetização simulada.

#### 4.4.3 Permeabilidade obtida da curva de magnetização sem histerese

A curva de magnetização sem histerese utilizada nesta simulação é igual a da seção 4.3.3 e consideram-se agora as perdas magnéticas. O resultado da simulação para as correntes do primário e secundário do TC é mostrado na Figura 4-34.

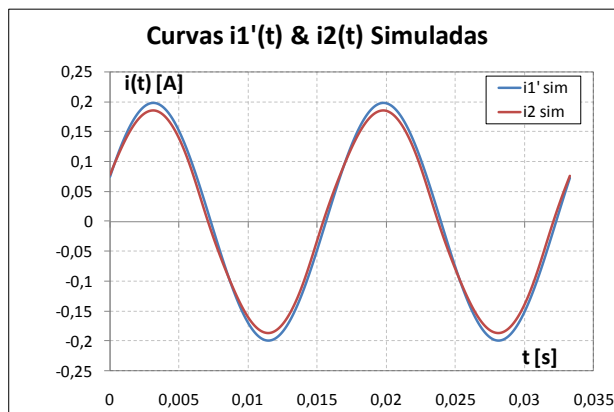


Figura 4-34 – Correntes do TC simuladas utilizando a curva de magnetização sem histerese e perdas incluídas.

A Tabela 4-34 mostra uma comparação entre os valores simulados.

Tabela 4-34 – Erros de amplitude e fase com o modelo da curva de magnetização sem histerese.

$i_1'$ RMS [mA]	140,51	Fase ( $\lambda$ ) entre $i_1'$ e $i_2$ [°]	-5,040
$i_2$ RMS [mA]	131,50		
Erro % entre $i_1'$ e $i_2$	6,41%		

A Figura 4-35 mostra comparações entre as correntes medidas e calculadas. Em comparação com todas as curvas obtidas até o momento, esta é a que melhor representa a corrente no secundário.

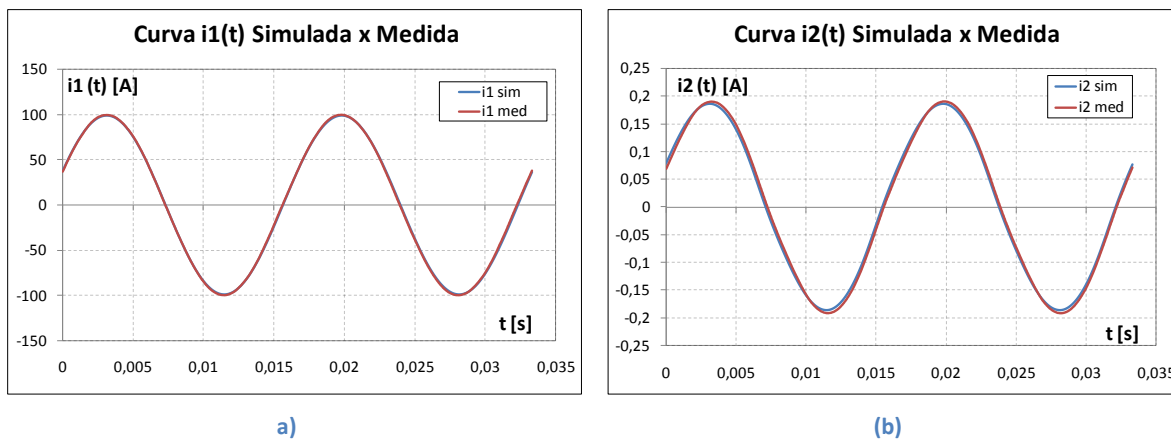


Figura 4-35 – Corrente elétrica no primário (a) e secundário (b) simulada e medida para uma curva de magnetização sem histerese e perdas incluídas.

Quanto aos valores RMS, esse modelo foi também o que apresentou menor erro em relação a corrente secundária, conforme pode ser visto na Tabela 4-35.

Tabela 4-35 – Valores RMS medidos e calculados para as correntes do TC.

$i_1$ RMS simulada [A]	70,254	$i_2$ RMS simulada [mA]	131,50
$i_1$ RMS medida [A]	70,254	$i_2$ RMS medida [mA]	133,45
Erro $i_1$ %	0,00%	Erro $i_2$ %	1,46%

Do ponto de vista magnético, a Figura 4-36 mostra as formas de onda da indução e do campo no núcleo do TC. As fases entre B e H simulada e medida são mostrada na Tabela 4-36 e verifica-se que elas são bastante semelhantes entre si, indicando uma boa representação do modelo nesta região. Quanto aos valores máximos de campo magnético, o valor simulado é em torno de 9% menor do que o medido. Esse fato pode indicar que a curva de magnetização sem histerese obtida experimentalmente não representa fielmente essa parte do laço. Mesmo assim, fornece uma ideia quantitativa aceitável do valor prático. A Figura 4-36 (b) mostra que o campo coercitivo simulado é maior do que o medido conforme pode ser comprovado na Tabela 4-38.

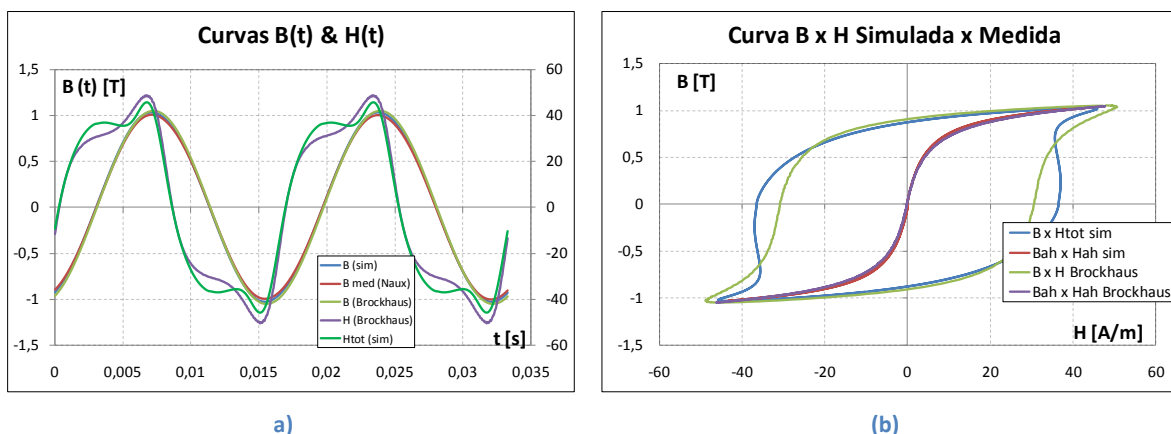


Figura 4-36 – Curvas de indução e campo simuladas e medidas para uma permeabilidade pela curva de magnetização sem histerese e perdas incluídas.

Tabela 4-36 – Comparações entre a indução e o campo medidos e calculados.

Bmax sim [T]	1,033	Hmax simulado [A/m]	45,91
Bmax med [T] (Naux)	1,008	Hmax medido [A/m] (Naux)	-
Bmax med [T] (Brockhaus)	1,051	Hmax medido [A/m] (Brockhaus)	50,61
Erro Bmax % (Naux)	-2,40 %	Erro Hmax % (Brockhaus)	9,30 %

Tabela 4-37 – Valores de fase entre B e H.

Fase B x H sim [°]	-59,8
Fase B x H med [°] (Brockhaus)	-59,0
Erro % Medido x Simulado	-1,28%

Tabela 4-38 - Campos coercitivos para a curva de magnetização sem histerese.

Hc sim [A/m] (positivo)	36,58	Hc sim [A/m] (negativo)	-36,58
Hc Brockhaus [A/m] (positivo)	30,58	Hc Brockhaus [A/m] (negativo)	-30,88
Erro Hc (positivo) %	-19,59 %	Erro Hc (negativo) %	-18,44 %

A Figura 4-37 mostra as correntes no núcleo simuladas e a corrente total medida pela bancada da Brockhaus. Ela ajuda a entender a influência de cada parcela das correntes no núcleo na forma de onda da corrente total, quando comparada à forma de onda medida.

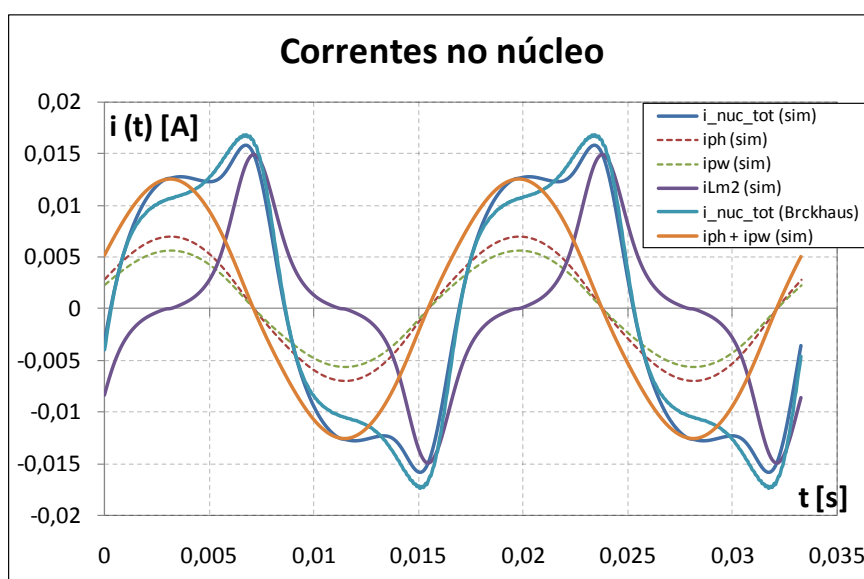


Figura 4-37 – Correntes no núcleo do TC para uma permeabilidade representada pela curva de magnetização sem histerese e a inclusão das perdas.

Primeiramente, observa-se que a corrente  $i_{ph} + i_{pw}$  está em quadratura com a corrente de  $i_{Lm2}$ . Isso é esperado, pois as correntes  $i_{ph}$  e  $i_{pw}$  representam as perdas (elementos resistivos) e a corrente  $i_{Lm2}$  representa o elemento indutivo do núcleo (corrente  $i_{Lm2}$  está defasada de 90 graus em relação à  $i_{ph} + i_{pw}$ ). O campo coercitivo corresponde à região da curva da Figura 4-37 onde a corrente  $i_{Lm2}$  é nula ou, alternativamente, quando a corrente que representa a perda é máxima. É nítida a diferença de amplitude nesta região quando se compara a curva da Brockhaus com a simulada. Percebe-se também que a corrente medida na bancada tem uma amplitude máxima (levemente superior do que a calculada) justamente na região onde a corrente  $i_{Lm2}$  é máxima.

A Figura 4-38 mostra as tensões e correntes no núcleo. Os valores RMS são muito parecidos conforme indicado na Tabela 4-39, fato que indica que o modelo representa bem o comportamento elétrico intrínseco do núcleo.

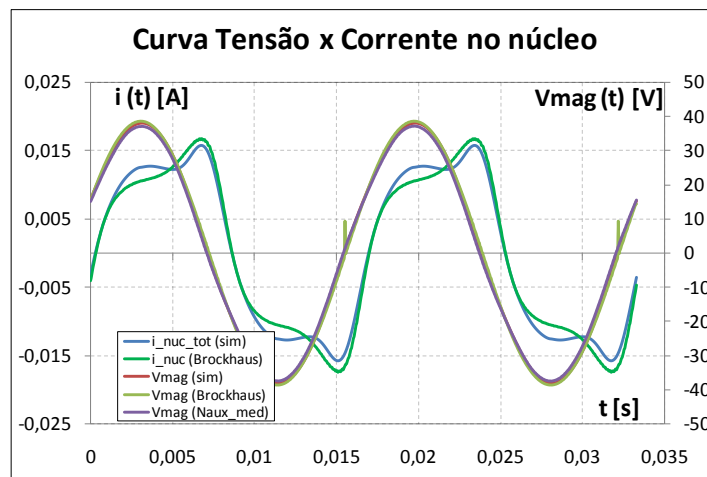


Figura 4-38 – Curvas de tensão e corrente no núcleo para a curva de magnetização sem histerese.

Tabela 4-39 – Valores RMS para a tensão e a corrente no núcleo.

<b>Vmag RMS sim [V]</b>	26,878	<b>inúcleo RMS sim [mA]</b>	11,48
<b>Vmag RMS med [V] (Naux)</b>	26,178	<b>inúcleo RMS med [mA] (Brockhaus)</b>	11,55
<b>Erro Vmag %</b>	-2,68 %	<b>Erro % inúcleo</b>	0,55 %

Quanto aos valores de fase entre a tensão e a corrente no núcleo, a Tabela 4-40 mostra uma comparação entre os valores medidos e calculados.

Tabela 4-40 – Valores de fase para a corrente e a tensão no núcleo.

<b>Fase inúcleo X Vmag sim [°]</b>	-32,4
<b>Fase inúcleo X Vmag [°] (Brockhaus)</b>	-29,9
<b>Erro do ângulo de fase entre inúcleo X Vmag</b>	-8,26%

As formas de onda da potência instantânea no núcleo magnético são mostradas na Figura 4-39. Verifica-se que a forma de onda simulada é um pouco maior do que a medida, fato que indica que a simulação possui uma perda um pouco maior. Uma comparação quantitativa é mostrada na Tabela 4-41.

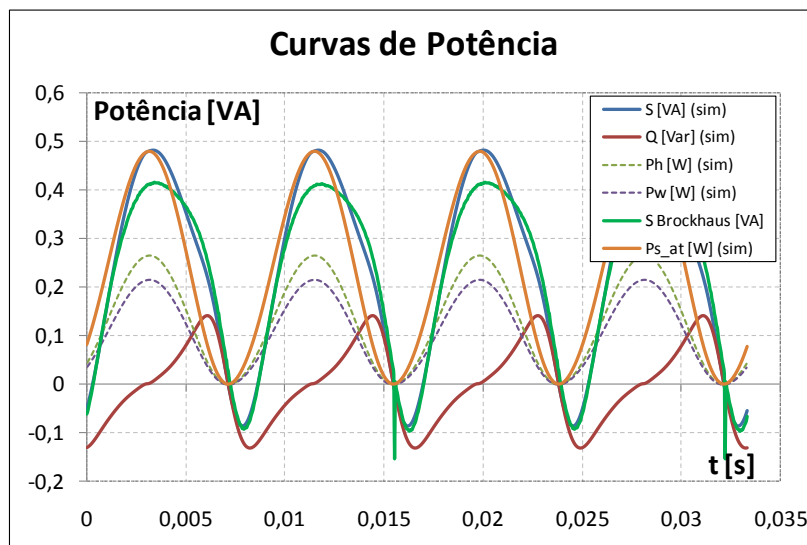


Figura 4-39 – Formas de onda da potência instantânea para uma permeabilidade pela curva de magnetização sem histerese e perdas incluídas.

Tabela 4-41 – Comparação entre os valores absolutos da potência.

Ps sim [W/kg]	0,911		
Ps med [W/kg] (Brockhaus)	0,889		
Erro Ps %	-2,42 %		
Ph sim [W/kg]	0,502	Rh sim [ $\Omega$ ]	5466,15
Ph med [W/kg] (Brockhaus)	0,480	Rh [ $\Omega$ ] (Brockhaus) *	5738,69
Erro Ph %	-4,67 %	Erro Rh%	4,75 %
Pw sim [W/kg]	0,408	Rw sim [ $\Omega$ ]	6722,99
Pw med [W/kg] (Brockhaus)	0,409	Rw [ $\Omega$ ] (Brockhaus) *	6728,35
Erro Pw %	0,22 %	Erro Rw %	0,08 %

\* Calculada através da tensão sobre a indutância de magnetização simulada.

## 4.5 Comparações entre os diferentes casos estudados

Para simular o modelo proposto neste trabalho, dois parâmetros de entrada fundamentais são a determinação das resistências equivalentes, que representam as perdas magnéticas no núcleo, e a forma como a permeabilidade magnética é considerada. Todo equacionamento é dependente da correta determinação dessas grandezas e a precisão e validade da simulação está diretamente relacionada a elas. Por essa razão, foram apresentados diversos tipos de simulações com o mesmo algoritmo, de maneira a mostrar a importância do modelo de permeabilidade escolhido, a influência da inserção ou não das perdas magnéticas e como esses parâmetros interagem entre si.

Entre os casos estudados, as simulações que não consideram as perdas magnéticas apresentaram os resultados menos precisos, mesmo considerando os diferentes tipos de

representação da permeabilidade, conforme pode ser visto na Tabela 4-42. Por exemplo, o valor RMS da corrente do secundário foi sempre maior do que o medido. Do ponto de vista de projeto, esse resultado é indesejável, pois a simulação mostraria um valor maior do que o existente na prática. Por outro lado, o modelo que considera as perdas mostra que o resultado RMS da simulação é menor do que o medido, ou seja, estar-se-ia errando no sentido da segurança. Mais importante ainda do que isso, o módulo do erro é relativamente menor quando as perdas são consideradas, o que indica uma maior precisão quando elas são incluídas na análise.

Em relação a qual modelo de permeabilidade melhor se adéqua à simulação, os resultados mostrados na Tabela 4-42 (que leva em consideração apenas os valores RMS) são pouco conclusivos. Os erros das grandezas corrente no secundário e tensão sobre a indutância de magnetização estão próximos entre si para os três tipos de permeabilidade utilizados. Por outro lado, a grandeza corrente no núcleo indica que o modelo considerando a curva de magnetização sem histerese parece representar melhor o valor calculado em relação ao medido, com o módulo do erro caindo de 9,81 % ( $\mu_r$ \_cte) e 11,58 % ( $\mu_r$ \_mag\_ini) para 6,63 % ( $\mu_r$ \_ah) quando as perdas não são consideradas e de 28,92 % ( $\mu_r$ \_cte) e 15,52 % ( $\mu_r$ \_mag\_ini) para 0,55 % ( $\mu_r$ \_ah) quando as perdas são consideradas. Mesmo assim, faz-se necessária uma análise mais detalhada em relação às formas de onda de maneira a concluir qual modelo melhor representa a permeabilidade magnética no simulador.

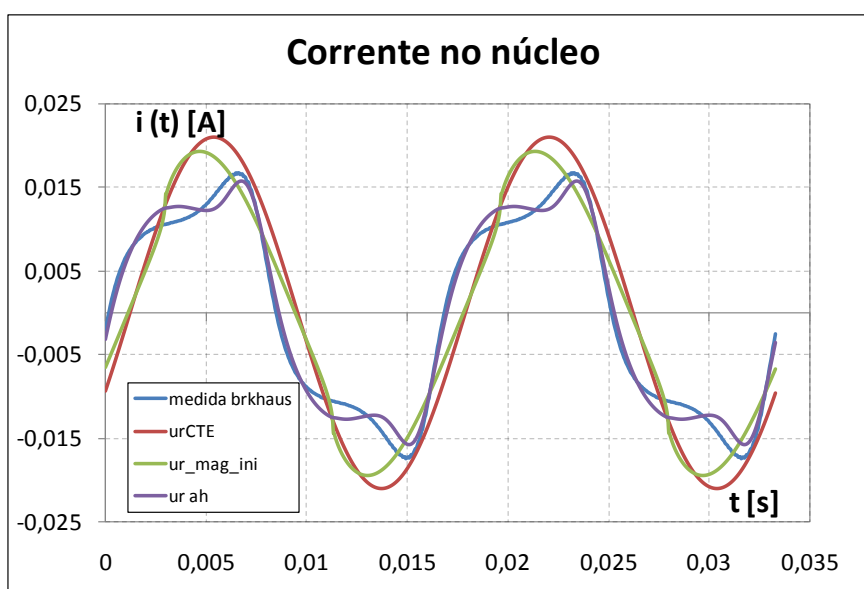
**Tabela 4-42 – Comparação entre os valores para as diferentes simulações.**

	Valor Experimental	ur constante		ur Magnetização inicial		ur Magnetização s/ histerese	
<b>i<sub>2</sub> RMS [mA] (sem perdas)</b>	133,45	140,01	-4,92 %	140,12	-5,00 %	140,24	-5,09 %
<b>i<sub>2</sub> RMS [mA] (com perdas)</b>	133,45	131,17	1,70 %	131,24	1,65 %	131,50	1,46 %
<b>Vmag RMS [V] (sem perdas)</b>	26,18	28,62	-9,32 %	28,64	-9,41 %	28,67	-9,50 %
<b>Vmag RMS [V] (com perdas)</b>	26,18	26,81	-2,42 %	26,83	-2,48 %	26,88	-2,68 %
<b>inúcleo RMS [mA] (sem perdas)</b>	11,55	12,68	-9,81 %	10,21	11,58 %	10,78	6,63 %
<b>inúcleo RMS [mA] (com perdas)</b>	11,55	14,88	-28,92 %	13,34	-15,52 %	11,48	0,55 %

Para a comparação entre as formas de onda resultantes dos três modelos de permeabilidade, considera-se apenas o caso com perdas. A análise das seções 4.3 e 4.4, em que os resultados com e sem perdas foram apresentados, permite concluir que o caso com perdas incluídas é o que melhor representa o TC real ensaiado, tanto pela análise das formas de onda quanto pelos resultados absolutos (medidos em RMS). As formas de onda para cada caso sem perdas incluídas podem ser encontradas nas respectivas seções apresentadas anteriormente neste capítulo.



A Figura 4-40 e a Figura 4-41 mostram as correntes e as tensões no núcleo medidas e calculadas. A tensão de magnetização é praticamente igual para todos os modelos de permeabilidade e corresponde com precisão aceitável ao valor medido. Para a avaliação, deve-se também analisar a corrente de magnetização do núcleo, pois esta traz informações importantes para mensurar qual modelo de permeabilidade é mais indicado para a simulação. Percebe-se que tanto o modelo com permeabilidade constante quanto o modelo que utiliza a curva de magnetização inicial fornecem valores máximos bem superiores aos medidos. Em relação à fase, esses dois modelos também não representam com razoável precisão a corrente medida. Por outro lado, o modelo que utiliza a curva de magnetização sem histerese se aproxima bastante do medido. A suposição feita pela análise da Tabela 4-42 de que o modelo com esse tipo de representação de permeabilidade mostra os resultados mais satisfatórios entre os testados é verdadeira.



**Figura 4-40 - Corrente no núcleo medida e calculada para os três casos de permeabilidade e com perdas incluídas no modelo.**

Percebe-se, contudo, que há uma pequena imprecisão entre a forma de onda da corrente no núcleo medida indiretamente com dados da bancada da Brockhaus e a forma de onda simulada com o modelo de permeabilidade considerando a curva de magnetização sem histerese. Essa diferença deve-se, principalmente, ao fato da curva de magnetização sem histerese ser obtida de maneira simplificada e aproximada, através de médias aritméticas conforme descrito na seção 4.3.3. Resultado semelhante a esse comportamento também foi obtido por [10]. A Figura 4-42, com os laços BH medidos e calculados, também ilustra esta questão

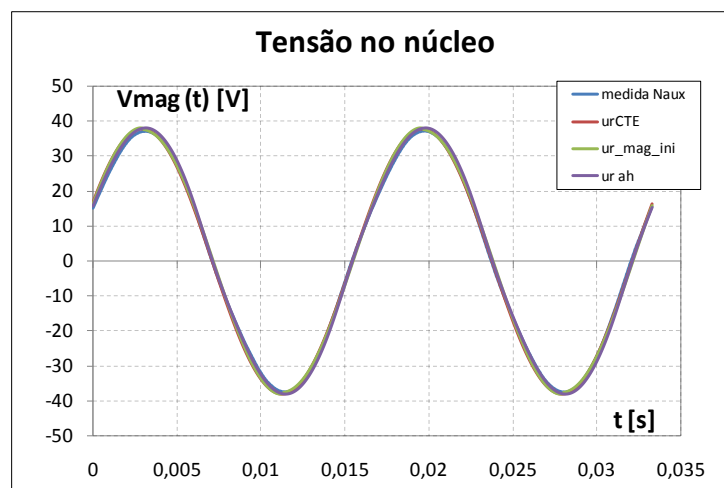


Figura 4-41 - Tensão no núcleo medida e calculadas para os três casos de permeabilidade e com perdas incluídas no modelo.

Os laços BH mostrados na Figura 4-42 ajudam a concluir qual o modelo mais adequado. O modelo com permeabilidade constante fornece um laço BH elíptico. Caso não houvesse perdas, o laço seria linear. O laço BH com a curva de magnetização inicial apresenta um comportamento diferente do medido para valores próximos a indução nula e também não o representa com precisão. Já o laço BH obtido através da curva de magnetização sem histerese se aproxima mais do laço medido. Verifica-se visualmente que o modelo de simulação com esse modelo de permeabilidade somado a inclusão das perdas magnéticas é o que melhor se adéqua ao algoritmo proposto.

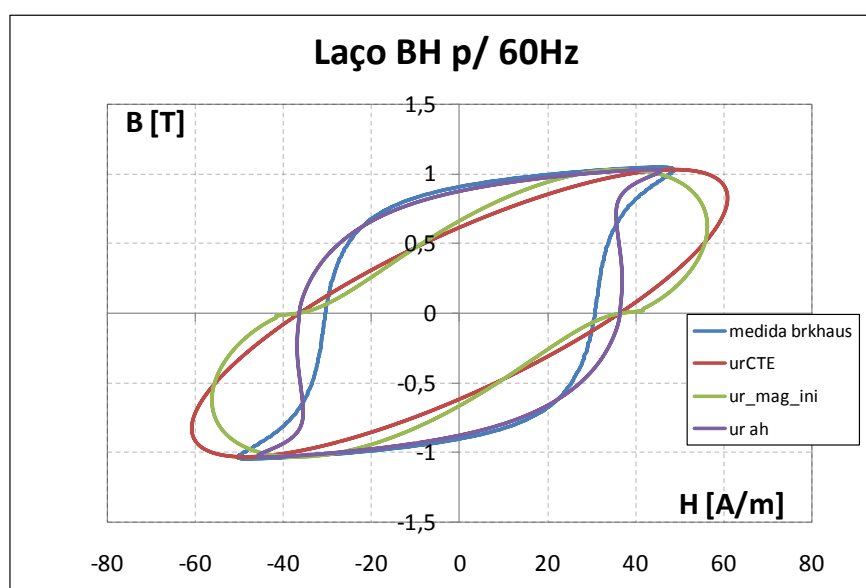


Figura 4-42 – Laços BH medidos e calculados com diferentes modelos de permeabilidade e com perdas incluídas.

## 4.6 Considerações finais

Este capítulo apresentou os dados das simulações para diversas variações dos parâmetros de entrada e comparou-os com os obtidos em ensaios. As diferenças entre eles foram discutidas e conclui-se que o modelo de permeabilidade mais adequado para representar o TC utilizando ligas de ferro-silício é o obtido da curva de magnetização sem histerese. A variação dos dados de entrada que inclui esse tipo de permeabilidade e a consideração das perdas magnéticas foi a que mais se aproximou do caso prático.

Em relação à precisão do modelo, é importante destacar que ele é um algoritmo matemático que representa o comportamento de um dispositivo não linear. Para a obtenção dele, algumas considerações devem ser feitas para seja possível encontrar um equacionamento que represente o comportamento do TC. Uma delas é o próprio fato de um sistema eletromagnético complexo e não linear ser transformado em sistema parcialmente linear, composto por elementos passivos representados por resistências e indutâncias equivalentes (assume-se que o algoritmo proposto do TC é parcialmente linear, pois algumas não linearidades são inseridas, como por exemplo, o comportamento não linear das perdas e da permeabilidade em função da indução). Normalmente na engenharia as suposições feitas se justificam e são necessárias para que seja possível a dedução de um algoritmo matemático que represente os fenômenos estudados. Porém, essas considerações e, por vezes, simplificações, influenciam de alguma forma na precisão da representação matemática dos fenômenos magnéticos envolvidos. Essa afirmação é válida para qualquer variação dos parâmetros de entrada do simulador.

Outra suposição, mesmo sendo intuitiva e válida, é a questão da utilização de um elemento dissipativo puro (resistor) em paralelo com a indutância de magnetização para modelar as perdas magnéticas num circuito elétrico equivalente. Trata-se de um modelo que pode, invariavelmente, influenciar na precisão dos resultados da simulação. Ainda, a representação da magnetização do núcleo por uma indutância pura, considerada linear ou não, também é válida, contudo ressalta-se a importância da correta determinação da permeabilidade em função da indução magnética como dado de entrada do simulador. Ela está diretamente ligada ao valor da indutância de magnetização e, conseqüentemente, à corrente de magnetização necessária para a manutenção do fluxo magnético no núcleo. Para comprovar a influência desse parâmetro, três tipos diferentes de modelos de permeabilidade foram simulados e a influência de cada um deles pode ser percebida nos resultados.

Outra verificação importante destes resultados está na forma de onda da indução magnética no núcleo do TC, conforme explicado na sequência. Estudos envolvendo transformadores de tensão são muito mais comuns na literatura do que os relacionados a transformadores de corrente. Em relação aos primeiros, a forma mais comum de se avaliar o comportamento deles é excitando-os com uma fonte de tensão senoidal. Neste caso, se a forma de onda da tensão no primário está sendo imposta pela fonte e o fluxo magnético é proporcional a ela, pelo menos na região de não saturação do material, é razoável supor que a forma de onda do fluxo também seja senoidal. Erroneamente poder-se-ia concluir que, para um TC onde a excitação é agora uma corrente com forma de onda senoidal (impõe-se uma corrente senoidal), o campo magnético no núcleo é senoidal e o fluxo magnético consequência da relação não linear entre  $B$  e  $H$  no material. Essa suposição não é verdadeira, pelo menos para o caso de um TC não saturado e em condições normais de operação, ou seja, quando pelo primário circula uma corrente e o secundário está conectado a uma carga de baixa impedância. Para comprovar essa afirmação, a Figura 4-43 mostra as formas de onda da tensão induzida ( $V_{\text{mag}}$ ) e da indução magnética ( $B$ ) medidas para uma corrente de entrada senoidal. Elas foram obtidas através de um enrolamento auxiliar. Verifica-se que as três grandezas possuem formas de onda (visualmente) senoidais.

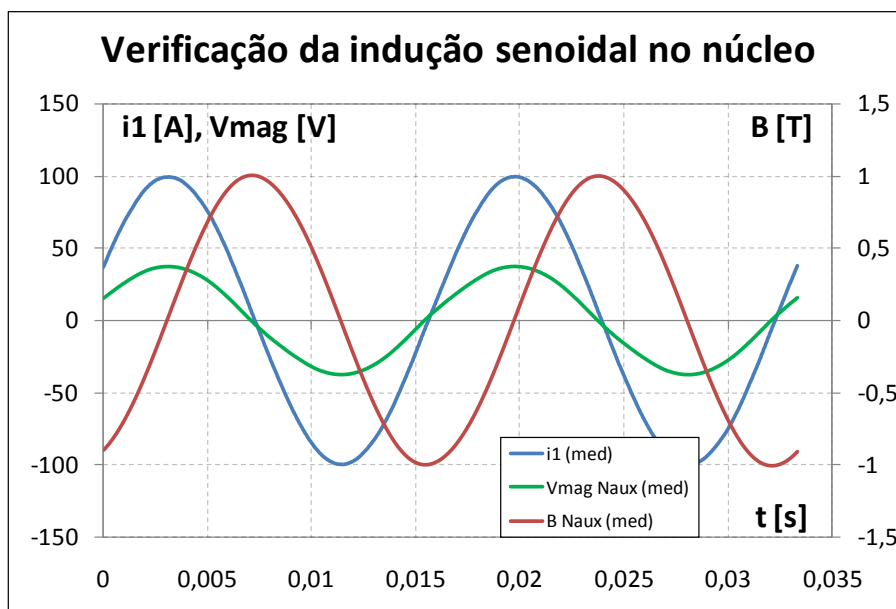


Figura 4-43 – Verificação da indução senoidal no núcleo quando excitado por uma corrente senoidal.

# **CAPÍTULO 5 – MATERIAIS NANOCRISTALINOS E A APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO**

## ***5.1 Introdução***

Este capítulo tem como objetivo estudar do ponto de vista da engenharia elétrica uma nova classe de materiais magnéticos apresentados à comunidade científica no final da década de 80: os materiais nanocristalinos. Eles podem ser utilizados em uma série de aplicações e uma delas é no sensoriamento de corrente elétrica através de TCs. Acredita-se que o estudo destes materiais é pertinente, pois seu uso tem se revelado uma tendência crescente em aplicações específicas onde eficiência e alta qualidade do produto são requisitos essenciais.

Uma breve introdução sobre esses materiais será apresentada, com intuito de mostrar as potencialidades e as principais características deles. Porém, ressalta-se que não é objetivo deste trabalho se aprofundar nos conceitos, na física dos materiais e na caracterização magnética. Mesmo assim, o autor está ciente que o estudo apresentado serve como base para futuros desenvolvimentos, juntamente com as referências bibliográficas citadas que compõe parte do estado da arte atual sobre o assunto.

Mostra-se, ainda, os resultados da aplicação do algoritmo proposto considerando os dados obtidos a partir de ensaios de uma amostra de TC fabricada com um material nanocristalino VITROPERM, da empresa alemã Vacuumschmelze (VAC), caracterizado pela bancada da Brockhaus disponível no GRUCAD.

## 5.2 Materiais nanocristalinos

### 5.2.1 Fundamentos físicos

Em 1988, Yoshizawa, Oguma e Yamauchi [24] da empresa japonesa Hitachi Metals introduziram uma nova classe de materiais magnéticos baseados em ferro os quais exibiam um desempenho magnético superior ao que se conhecia até então. Este novo material provavelmente se originou da pesquisa sobre formas de como melhorar as propriedades magnéticas dos aços moles (“*soft magnetic materials*”) formados por ligas amorfas [25].

A prática de se tratar termicamente o material magnético para alívio de tensões internas é antiga e na década de 80, quando os materiais nanocristalinos foram desenvolvidos, era considerada um procedimento conhecido e padrão para melhorar o desempenho magnético dos aços, inclusive os formados pelas ligas amorfas. Era, até então, um consenso entre a comunidade científica que um tratamento acima da temperatura de cristalização deterioraria as propriedades magnéticas da liga amorfa [25]. Yoshizawa [24] e sua equipe demonstraram que este pensamento generalista estava equivocado e não era aplicado a todos os materiais. Eles mostraram que a adição de cobre (Cu) e nióbio (Nb) à liga amorfa formada por Fe-Si-B poderia alterar a microestrutura do material na escala nanométrica após a cristalização e eles verificaram que as propriedades magnéticas eram visivelmente superiores. A liga inicialmente proposta era formada com a composição química  $Fe_{73,5}Cu_1Nb_3Si_{13,5}B_9$  (em %). Esta descoberta estimulou a pesquisa de novos mecanismos para melhorar ainda mais as propriedades do material magnético mole obtido.

Pouco tempo após isso, Herzer [26], da empresa alemã Vacuumschmelze (VAC), apresentou seus estudos sobre o magnetismo e a estrutura de grãos da liga nanocristalina apresentada por Yoshizawa e o modelo da anisotropia magnética randômica [25] (“*random anisotropy model*”), originalmente proposto por Alben *et al* [27] em 1978. Desde então, estes materiais tem despertado um imenso interesse da indústria para substituir os materiais magnéticos existentes em determinadas aplicações pelos materiais nanocristalinos com uma série de vantagens.

Um conceito importante envolvido com o desenvolvimento dos materiais nanocristalinos está relacionado com a microestrutura. É conhecido que o tamanho do grão essencialmente determina o laço BH do material [28]. Até a descoberta dos materiais nanocristalinos se imaginava que para um material apresentar propriedades magnéticas adequadas o tamanho do

grão deveria ser grande ( $D \geq 100 \mu\text{m}$ ), pois se supunha que a redução do tamanho das partículas levaria a um aumento do campo coercitivo  $H_c$ . Entretanto, os materiais nanocristalinos com tamanhos de grãos ( $D \leq 20 \text{ nm}$ ) apresentam também baixos valores de campo coercitivo [28].

A Figura 5-1 mostra a relação entre o campo coercitivo (eixo das coordenadas) e o tamanho do grão (eixo das abscissas) desde distâncias extremamente pequenas ( $\ll 50 \text{ nm}$ ), passando pelas nanoestruturas, até tamanhos de grãos macroscópicos, para diferentes classes de materiais.

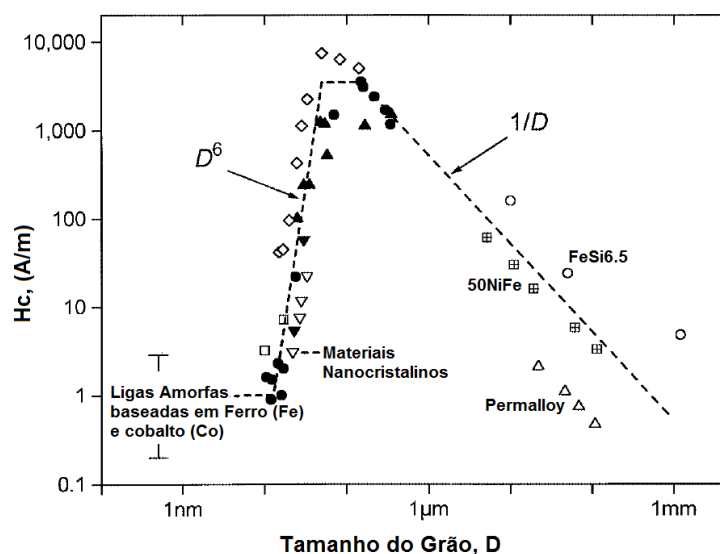


Figura 5-1 – Relação entre campo coercitivo e tamanho do grão para diferentes materiais (adaptado de [28], [29]).

Aços tradicionais formados por uma liga de ferro e silício têm a tendência de aumentar o campo coercitivo à medida que se diminui o tamanho dos grãos. O desenvolvimento dos materiais nanocristalinos mostrou que há um limite para esta relação, a partir do qual o campo coercitivo passa a diminuir quando se reduz os tamanhos do grão até algumas dezenas de nano metros.

Quando se analisa a qualidade e o desempenho de um material magnético, as principais características avaliadas estão relacionadas à intenção de se ter indução de saturação elevada, baixo campo coercitivo (baixa perda) e alta permeabilidade. O campo coercitivo e a permeabilidade são função da constante de anisotropia<sup>1</sup> magnetocristalina ( $K_1$ ) do material. As

<sup>1</sup> Anisotropia: qualidade dos corpos apresentarem propriedades físicas dependentes da direção dos fenômenos físicos a que estão sendo submetidos, e diz-se corpos anisotrópicos os que apresentam o fenômeno de anisotropia; contrariamente são os materiais isotrópicos, nos quais suas características não dependem de direção e sentido deles.

propriedades magnéticas são ainda limitadas pelas anisotropias magnetoelásticas causadas por pressões mecânicas internas (22). Em geral, para que um material tenha boas propriedades magnéticas é desejável que ambos esses parâmetros sejam reduzidos. Assim, o desenvolvimento dos materiais magnéticos nanocristalinos é focado em composições e microestruturas onde  $K_1$  e a magnetostricção<sup>2</sup> de saturação ( $\lambda_s$ ) são reduzidas a praticamente zero. Em [25], os autores apontam que a principal vantagem das nanoestruturas é que a redução dos efeitos dessas duas grandezas pode ser feita sem sacrificar a concentração de elementos ferromagnéticos na composição química, favorecendo a fabricação de um material com qualidade mais elevada.

Em [28], Herzer concluiu em sua pesquisa que os materiais nanocristalinos são quase isotrópicos devido a uma camada ultrafina de grãos medindo na ordem de 10-15 nm. Eles se formam durante o tratamento térmico de uma liga amorfa com temperaturas entre 500 e 600 °C (acima da temperatura de cristalização), causando o quase desaparecimento da anisotropia magnetocristalina [30]. Ele utilizou a liga metálica  $Fe_{73,5}Cu_1Nb_3Si_{13,5}B_9$ , proposta por Yoshizawa, tratando-a termicamente por 1h a uma temperatura de 540 °C. É nesta fase que a estrutura nanocristalina surge. As influências de parâmetros como a temperatura, a duração e as taxas de aquecimento do tratamento térmico na formação dos grãos nanocristalinos têm sido intensamente estudadas [31], [32]. Contudo, há poucos trabalhos analisando a dependência das taxas de resfriamento nas propriedades magnéticas dos materiais nanocristalinos [33]. Em [32], os autores apresentam um estudo mostrando a influência das taxas de resfriamento nas propriedades magnéticas das ligas nanocristalinas baseadas em ferro. As amostras utilizadas nas comparações são tratadas termicamente a uma temperatura de 548 °C por 0,5 h e 1 h numa atmosfera controlada e em seguida resfriadas com taxas de 1 °C/min, 5 °C/min, 15 °C/min e 35 °C/min. Eles concluem que as taxas de resfriamento influenciam nas propriedades magnéticas do material e, do ponto de vista da aplicação dos materiais, características magnéticas mais adequadas são obtidas com taxas de resfriamento entre 15 °C/min e 35 °C/min. De maneira geral, as propriedades magnéticas obtidas nos material nanocristalinos mostraram ser uma combinação única de baixas perdas magnéticas, alta permeabilidade e um fenômeno de magnetostricção desprezível. Estas propriedades podem ser comparadas às obtidas pelas ligas amorfas baseadas em cobalto. Porém, os materiais nanocristalinos apresentam ainda uma indução de saturação mais elevada (na ordem de 1,3 T) e uma melhor estabilidade térmica quando comparados à liga amorfa de ferro-cobalto (Fe-Co). A espessura da lâmina normalmente pode ser variada entre 15 e

---

<sup>2</sup> Magnetostricção: Capacidade dos corpos se deformarem quando submetidos a um campo magnético.



25  $\mu\text{m}$  (característica determinante para a magnitude baixa das perdas por correntes induzidas) e a largura dela entre 1 até 100 mm.

A Figura 5-2 mostra uma comparação entre os materiais que possuem uma baixa magnetostrição. Através dela é possível observar algumas das principais vantagens destes materiais. Primeiro, a indução de saturação é maior do que as ferrites e as ligas amorfas baseadas em cobalto. Ainda, a permeabilidade inicial é também significativamente maior.

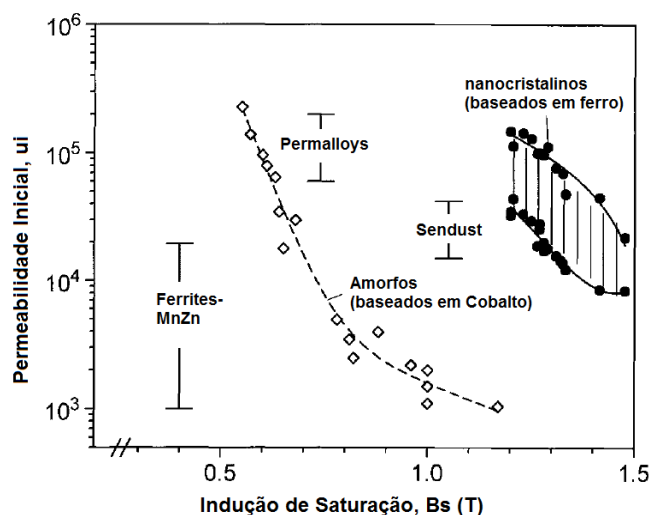


Figura 5-2 – Permeabilidades iniciais típicas e indução de saturação para materiais magnéticos moles com baixa magnetostrição (adaptado de [28], [30]).

Outra grande vantagem dos materiais nanocristalinos é que eles são formados por uma matéria prima relativamente comum e barata (~75 % Fe e ~15 % Si) o que permite reduzir o custo final quando comparado as ligas amorfas de Fe-Co. Ainda, o conjunto de propriedades que incluem maior indução de saturação, alta permeabilidade, boa resposta em frequência, baixas perdas e boa estabilidade térmica permitem a redução de tamanho, peso e custo no produto final oferecendo uma alternativa muito interessante para diversas aplicações. Uma das poucas desvantagens destes materiais está no fato de que a cristalização torna o material extremamente frágil e quebradiço. Dessa forma, o material deve ser conformado antes do tratamento térmico, fato que restringe praticamente a aplicação deles apenas aos núcleos toroidais [34].

Além das características apresentadas até o momento, uma grande vantagem dos materiais nanocristalinos está relacionada com a possibilidade de se moldar a forma do laço BH através da indução intencional e controlada de uma anisotropia. Isso é feito com o intuito de aperfeiçoar o desempenho do material numa aplicação específica. Sabe-se que o desempenho de um dispositivo eletromagnético está diretamente ligado à relação entre campo e indução

magnética do material, ou seja, ao laço BH que o define e o caracteriza. Os principais pontos que caracterizam um laço BH são:

- Indução magnética de saturação ( $B_{sat}$ )
- Indução remanente ( $B_R$ )
- Campo magnético Coercitivo ( $H_C$ )
- Permeabilidade relativa ( $B/\mu_0 H$ )

Os laços redondos (R – do inglês, “Round Loops”) são obtidos após o tratamento térmico convencional para a formação da estrutura nanocristalina a partir da liga amorfa, conforme explicado anteriormente. Neste estágio, nenhuma anisotropia magnética domina o material, fato que caracteriza o laço BH redondo. Em outras palavras, quando o material amorfo é tratado termicamente para que estrutura nanocristalina seja formada, o laço BH resultante no material após o processo tem o formato redondo. A razão entre a indução remanente e a indução de saturação ( $B_R/B_{sat}$ ) característica deste laço é aproximadamente 50 %. A curva de permeabilidade  $\mu(H)$  é caracterizada pela permeabilidade inicial ( $\mu_i$ ) e pela permeabilidade máxima ( $\mu_{max}$ ) (usualmente  $\mu_{max} \gg \mu_i$ ) [28], [35]. Materiais com esse tipo de laço BH podem ser utilizados em aplicações em geral que não sejam críticas em critérios de desempenho e de alta precisão. Eles não são recomendados em aplicações que necessitam de baixos erros de amplitude numa grande faixa de medição, dada a diferença entre a permeabilidade máxima e a inicial. Transformadores de corrente para medição de corrente AC pura, por exemplo, podem ser fabricados com este tipo de laço BH no núcleo.

Os laços retangulares (Z – do inglês, “Rectangular Loops”) resultam após um tratamento térmico adicional ao do processo de cristalização, aplicando-se um campo longitudinal ao eixo da lâmina. Uma anisotropia magnética ( $K_1$ ) é então induzida no material paralelamente ao eixo da lâmina [35]. Laços retangulares quase perfeitos podem ser obtidos e possuem uma razão  $B_R/B_{sat}$  de algo entre 80 e 98 % [28]. A permeabilidade inicial é baixa e a permeabilidade máxima extremamente alta. Como exemplo, alguns materiais nanocristalinos possuem permeabilidade inicial  $\mu_i \sim 5.000$  e  $\mu_{max} \sim 650.000$ . A principal aplicação desse tipo de laço são situações em que são necessárias mudanças bruscas de indução ou mudança brusca de impedância sob pequenas mudanças no campo magnético. Um exemplo de aplicação deste tipo de laço pode ser encontrado na referência [36].

Os laços lineares (F – do inglês, “Flat Loops”) também são obtidos após um tratamento térmico adicional ao processo de cristalização, porém o campo aplicado é agora transversal ao

eixo da lâmina. Em outras palavras, induz-se uma anisotropia  $K_1$  perpendicular ao eixo da lâmina [28]. Eles são caracterizados por uma faixa central com derivada constante combinada com uma indução remanente bastante baixa ( $\sim$  entre 3 e 10 %). Essa configuração faz com que a indução varie quase que linearmente com o campo. A curva  $\mu(H)$  é caracterizada por uma permeabilidade constante por uma grande faixa de valores de  $H$ , limitada pelo campo máximo de saturação do material. Dependendo do material e do processo de fabricação, a permeabilidade pode ser variada numa faixa de 10.000 até 200.000 [35]. As principais aplicações deste tipo de laço estão relacionadas com situações em que baixos erros de amplitude e fase numa faixa de operação estendida são necessários. Por exemplo, transformadores de corrente utilizados em dispositivos de detecção e proteção contra correntes residuais do tipo A, ou seja, que sejam tolerantes a formas de onda com componente contínua pulsada (*"Pulsating DC currents"*) (definição encontrada na norma IEC 60755 [37]), devem ser feitos com núcleos com características do laço BH lineares. Além disso, uma permeabilidade constante e alta já para baixos valores de indução proporcionam a estes dispositivos condições para medirem com precisão correntes tão baixas quanto 10 mA, requisitos necessários para, por exemplo, proteção de equipamentos biomédicos. O laço BH do material nanocristalino utilizado na construção de um dos protótipos deste trabalho é linear.

A Figura 5-3, obtida de uma folha de dados do material VITROPERM (VAC), mostra uma comparação entre os laços BH descritos anteriormente e os respectivos valores de permeabilidade relativa.

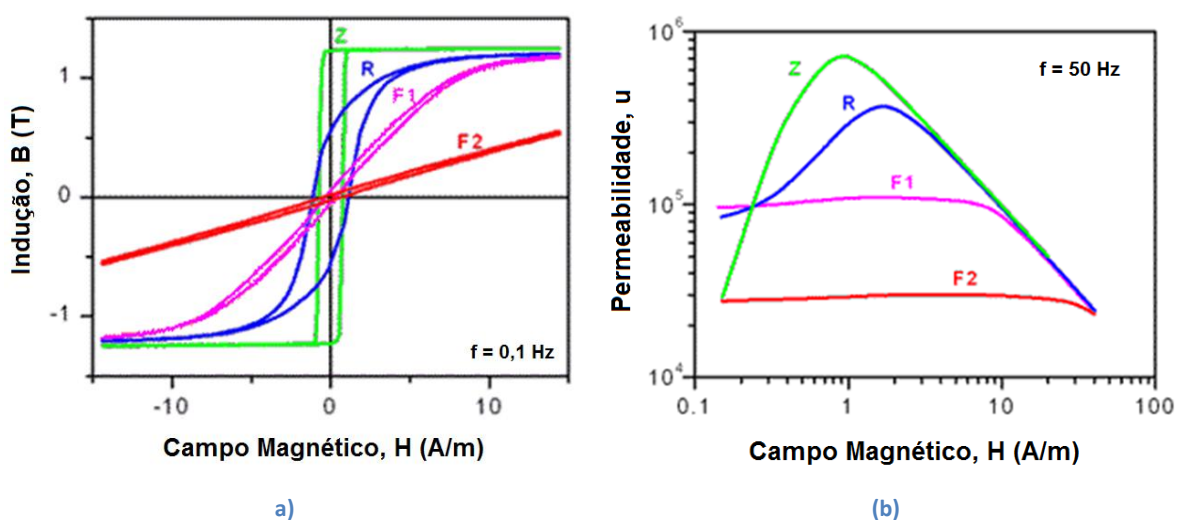


Figura 5-3 - Diferentes formatos de laços BH (a) e permeabilidades relativas em função de  $H$  (b) (adaptado de [29]).

O estudo dos materiais nanocristalinos apresentado até aqui serve como uma introdução para melhor compreender as características e potencialidades destes materiais magnéticos. Na sequência, apresentam-se alguns ensaios feitos com o protótipo de TC construído com este material. Mostram-se também os resultados da simulação do algoritmo proposto no capítulo 3 utilizando a caracterização magnética feita com a amostra de TC na bancada da Brockhaus. Os resultados obtidos com esse material são comparados qualitativamente com o protótipo construído com a liga de ferro-silício descrita no capítulo 4.

### 5.3 Modelo do TC com materiais nanocristalinos

As seções anteriores apresentaram a classe de materiais que tem demonstrado potencialidades importantes para aplicações específicas, tais como filtros, núcleos de transformadores de fontes chaveadas em substituição das tradicionais ferrites e núcleos para transformadores de correntes utilizados no sensoriamento de corrente elétrica. Esta seção mostra os resultados obtidos com a simulação do algoritmo proposto neste trabalho considerando uma caracterização feita numa amostra de TC fabricada com um material nanocristalino.

Primeiramente, apresentam-se os parâmetros físicos do material magnético na Tabela 5-1, bem como os parâmetros elétricos na Tabela 5-2, que formam os dados de entrada para a simulação do algoritmo. Esta amostra de TC foi fabricada com o núcleo magnético nanocristalino VITROPERM 800F, da empresa Vacuumschmelze, e caracterizada na bancada da Brockhaus disponível no GRUCAD. Trata-se de um material magnético com laço BH linear (indicado pela letra “F”, de “Flat Loop”). Para facilitar a referência no trabalho sobre este TC, a partir de agora essa amostra é denominada de “Amostra 2” (A2).

**Tabela 5-1 – Parâmetros físicos do material.**

Massa [g]	Imag [mm]	Área Efetiva [mm <sup>2</sup> ]
24,2	147	22,3

**Tabela 5-2 – Parâmetros elétricos da amostra de TC com material nanocristalino.**

$I_1$ [A <sub>RMS</sub> ]	Frequência [Hz]	$N_1$	$N_2$	$N_{aux}$	$r_1$ [Ω]	$r_2$ [Ω]	$L_{L1}$ [mH]	$L_{L2}$ [mH]	$R_{burden}$ [Ω]
38,904	60	1	500	100	0,2	1	0,1	0,1	38,1

Os parâmetros numéricos da simulação são os mesmos apresentados na seção 4.2 na Tabela 4-3.

### 5.3.1 Comparações entre o aço ferro-silício de grão orientado e o material nanocristalino com laço BH linear

Antes de iniciar a análise dos resultados obtidos com a simulação de um TC utilizando materiais nanocristalinos, é interessante comparar a caracterização magnética deles com a do aço FeSi utilizado na “Amostra 1” (A1) no capítulo 4. Essa comparação fornecerá uma análise qualitativa entre os materiais e ajudará na compreensão dos dados apresentados na sequência.

A Figura 5-4 mostra os laços BH do TC A2 e do TC A1, medidos a 60 Hz, para uma indução de aproximadamente 1 T, na bancada da Brockhaus.

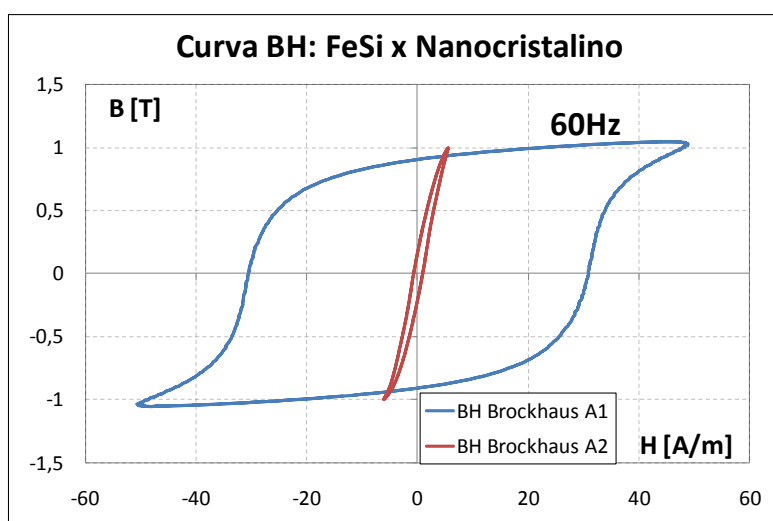


Figura 5-4 – Laço BH de um material FeSi e de um material nanocristalino com laço linear.

A permeabilidade magnética relativa numa indução de 1 T do TC A2 com material nanocristalino é aproximadamente sete vezes superior a do TC A1 com aço ferro-silício de grão orientado, conforme pode ser visto na Figura 5-5. É possível também verificar como se comporta a permeabilidade em função da indução magnética para uma frequência de 60 Hz. A tendência linear da permeabilidade magnética na região de não saturação do material também pode ser observada. Contudo, os valores de permeabilidade para baixos valores de indução não puderam ser medidos com precisão devido às limitações do equipamento disponível para caracterização do aço.

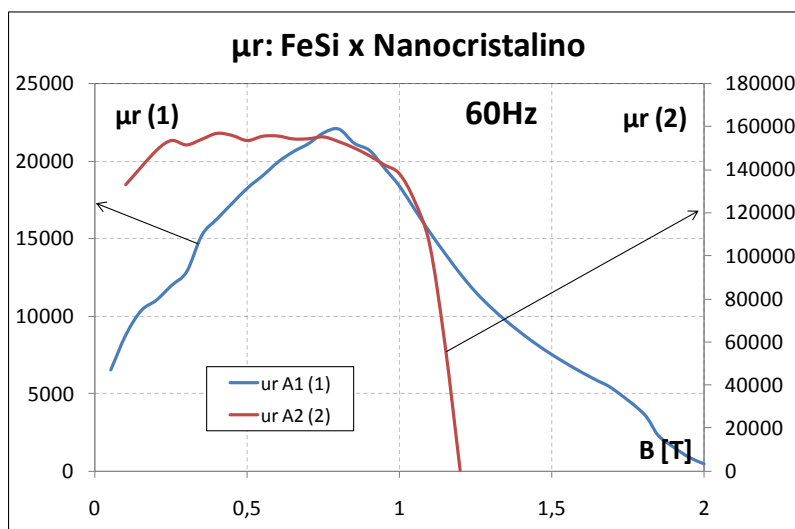


Figura 5-5 – Permeabilidade magnética relativa: FeSi x Nanocristalino.

As perdas magnéticas também são comparadas. Como já estava implícita pela análise do laço BH da Figura 5-4, a potência dissipada no núcleo do TC A2 é cerca de 40 vezes menor do que a do TC A1, para uma indução de 1 T, conforme pode ser visto na Figura 5-6.

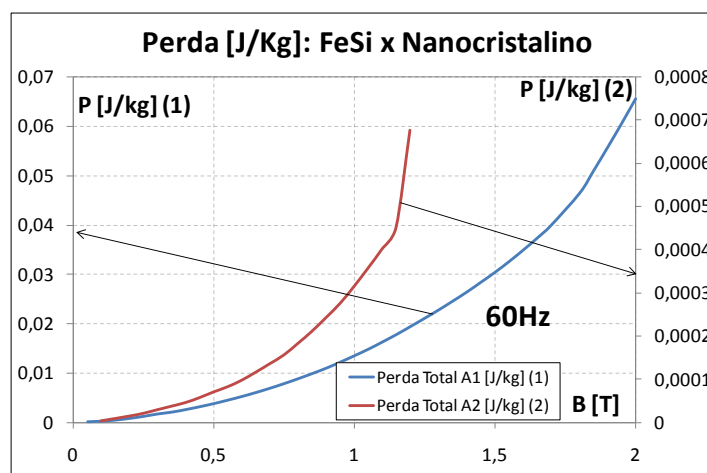


Figura 5-6 – Perda magnética total: FeSi x Nanocristalino

### 5.3.2 Simulações do algoritmo proposto com um material nanocristalino

Nesta seção, apresentam-se os resultados da simulação do TC A2 utilizando os dados da caracterização do material nanocristalino. No capítulo 4, uma série de variações em relação a forma como os dados são inseridos na simulação foram feitas, tais como a forma como a permeabilidade é considerada e a inserção ou não das perdas representadas por resistências equivalentes no modelo. O objetivo da análise apresentada na sequência é comparar os

resultados fornecidos da simulação do algoritmo proposto com os dados experimentais obtidos da amostra 2. Porém não se está interessado em fazer uma análise criteriosa de todas as formas de representar, por exemplo, a permeabilidade magnética, como realizado no capítulo 4. Para simplificar a análise, escolheram-se apenas os casos da representação da permeabilidade por uma constante e a partir da curva de magnetização sem histerese. Ainda, as formas de onda da simulação foram obtidas considerando apenas o caso com as perdas magnéticas incluídas, inseridas através do cálculo das resistências equivalentes a partir da caracterização da amostra 2.

Para determinar as constantes das perdas para o cálculo das resistências equivalentes, apresenta-se a Figura 5-7, a qual mostra a separação das perdas magnéticas em função da indução, fornecida pela Brockhaus. Dois ensaios foram realizados na mesma amostra para se certificar da validade do ensaio. Observa-se que a perda total ( $P_s$ ) de ambos os testes foi bastante similar. Portanto, assume-se que o equipamento de teste não influencia significativamente no resultado da simulação. As constantes das perdas para as equações (3.45) e (3.55) do algoritmo são definidas por (5.1), (5.2), (5.3) e (5.4).

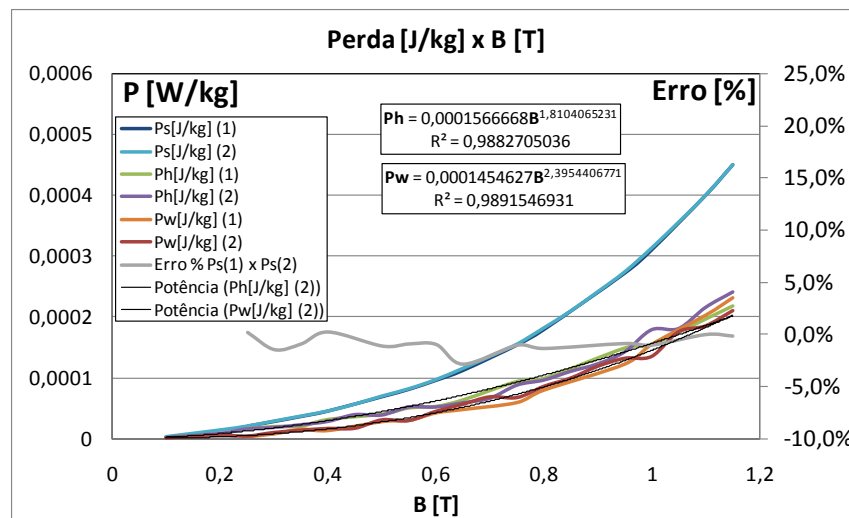


Figura 5-7 – Constantes das perdas magnéticas para o cálculo das resistências equivalentes.

$$k_h = 0,000156666 \quad (5.1)$$

$$\alpha = 1,8104 \quad (5.2)$$

$$k_w = 0,0001454627 \quad (5.3)$$

$$\beta = 2,3954 \quad (5.4)$$

A Figura 5-8 mostra a curva de relutividade magnética em função da indução que representa a curva de magnetização sem histerese para o material nanocristalino da Amostra 2. Ela foi obtida considerando-se uma indução máxima de 1T. Para o caso com permeabilidade constante, a permeabilidade máxima obtida na caracterização para o ponto de operação de 1T foi de  $\mu_r = 138179$ .

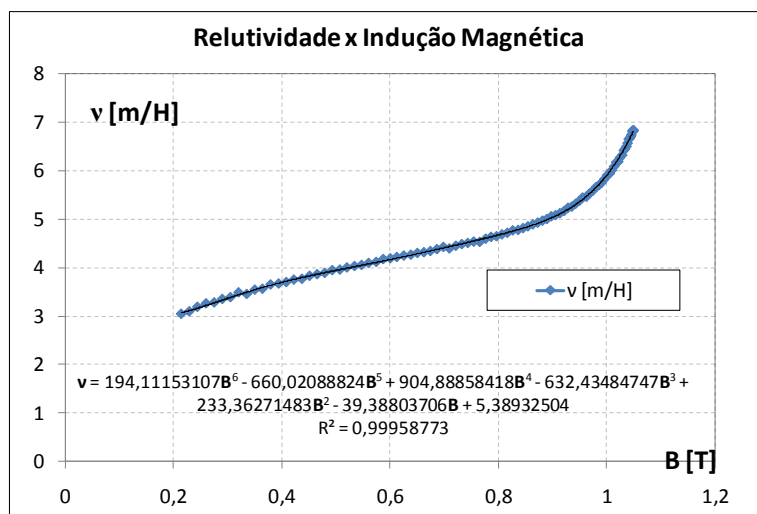


Figura 5-8 – Relutividade magnética versus a indução caracterizando a curva de magnetização sem histerese.

A Figura 5-9 mostra as correntes do primário (referida ao secundário) e do secundário para a amostra A2 considerando as perdas magnéticas e os modelos de permeabilidade constante e a partir da curva de magnetização sem histerese. Visualmente, não há diferença entre as formas de onda indicando que a simulação resultou em baixos erros de amplitude e fase com os parâmetros de entrada fornecidos.



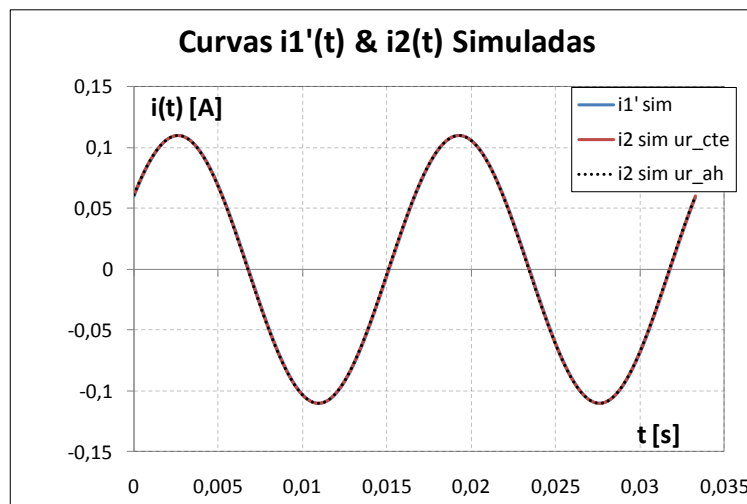


Figura 5-9 – Formas de onda das correntes do primário e do secundário simuladas.

A Figura 5-10 mostra a corrente  $i_2$  medida e duas simulações: uma considerando a permeabilidade constante e outra considerando a curva de magnetização sem histerese. Nota-se que ambas apresentam resultados bastante semelhantes.

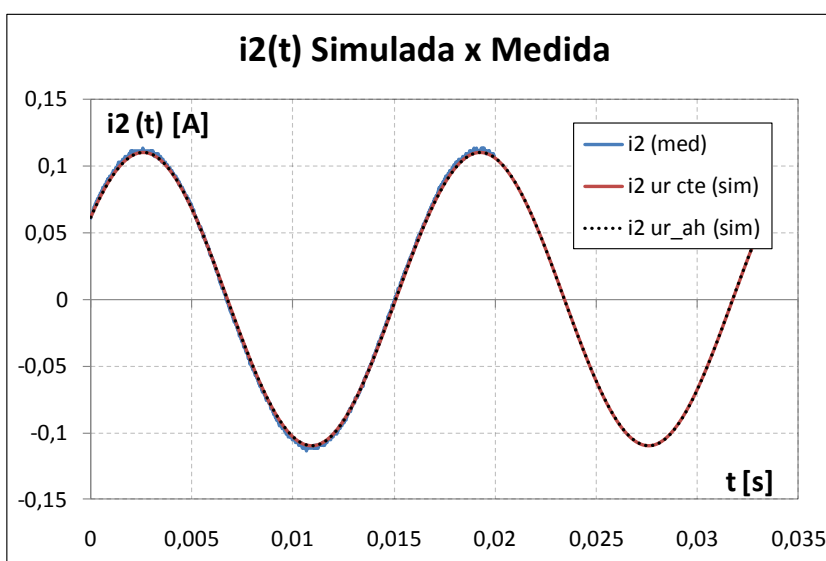


Figura 5-10 – Formas de onda da corrente do secundário para uma permeabilidade constante e a partir da curva de magnetização sem histerese.

A Figura 5-11 (a) compara o laço BH medido na Brockhaus com o obtido na simulação tendo sido utilizado no modelo uma permeabilidade constante, considerando as perdas. A Figura 5-11 (b) mostra o mesmo laço medido em comparação com o laço BH obtido com a curva de magnetização sem histerese, também considerando as perdas. Observa-se que, visualmente, o laço BH com a curva de magnetização sem histerese se assemelha mais ao medido do que o laço com uma permeabilidade constante. Porém, com as baixas perdas no material e a tendência

linear da permeabilidade, mesmo o modelo com permeabilidade constante fornece um resultado relativamente próximo do medido.

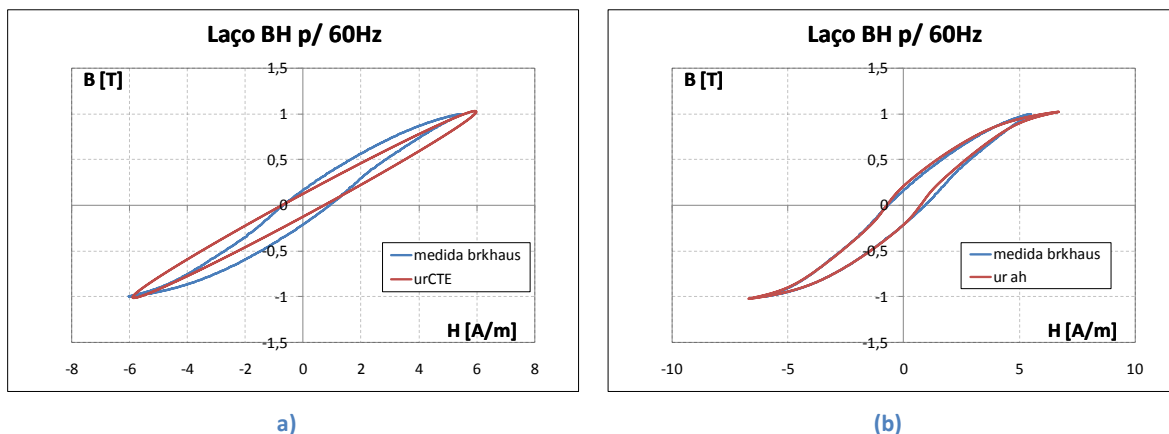


Figura 5-11 – Laço BH com permeabilidade constante (a) e com a curva de magnetização sem histerese (b).

A Figura 5-12 mostra as formas de onda das correntes no núcleo medida e simuladas para os casos de permeabilidade constante e a curva de magnetização sem histerese. As amplitudes das formas de onda simuladas para os dois casos de permeabilidade são maiores do que a medida. Isso implica num campo magnético total simulado no núcleo maior do que o medido. Apesar da diferença de amplitude, em ambos os casos, é possível observar uma similaridade com a forma de onda medida, principalmente para a curva de magnetização sem histerese.

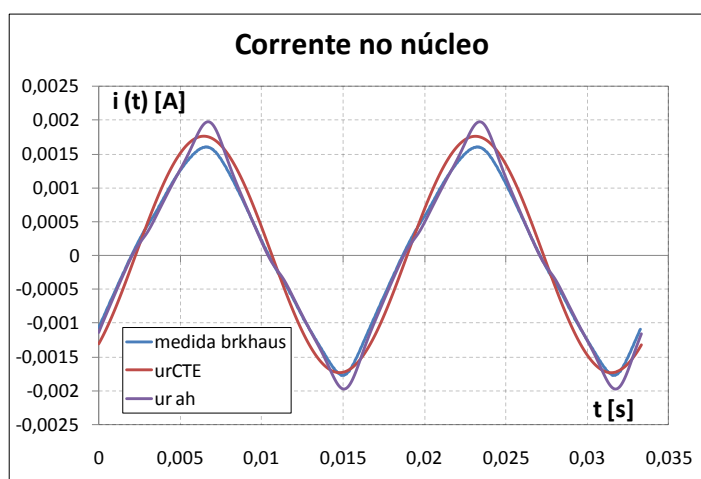


Figura 5-12 – Correntes no núcleo para permeabilidade constante e com a curva de magnetização sem histerese.

A tensão medida no enrolamento auxiliar é um pouco maior do que a obtida na simulação. Mas, repara-se que ambos os casos de permeabilidade considerados fornecem resultados semelhantes entre si.

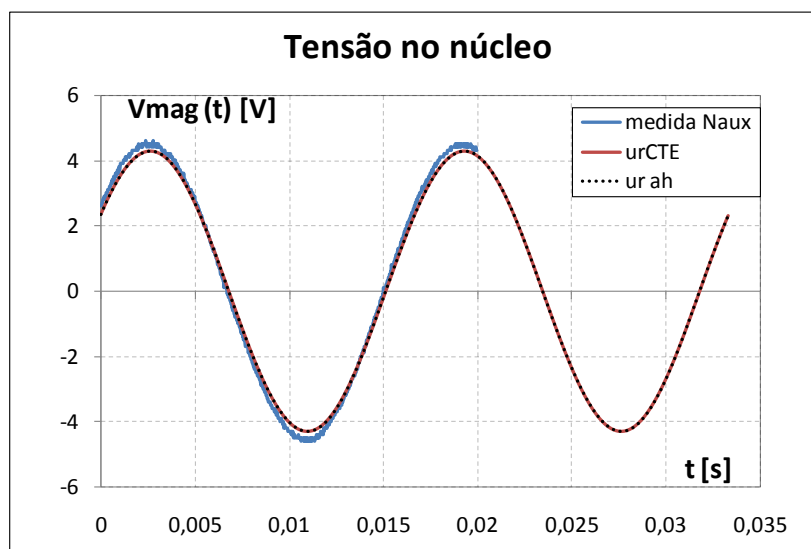


Figura 5-13 – Tensão no núcleo para permeabilidade constante e com a curva de magnetização sem histerese.

As formas de onda apresentadas até aqui consideram a inclusão das perdas magnéticas no modelo. Para verificar a influência da consideração ou não das perdas magnéticas, apresenta-se a Tabela 5-3 com a comparação do valor medido de algumas grandezas selecionadas com os modelos de permeabilidades considerados até então. Observa-se que as perdas magnéticas não influenciam significativamente no resultado final da simulação, pois seus valores são relativamente baixos nos materiais nanocristalinos. A influência acaba sendo mascarada por outras imperfeições do modelo.

Tabela 5-3 – Comparações do valor RMS entre grandezas elétricas com permeabilidade constante e com a curva de magnetização sem histerese.

	Valor Experimental	ur constante		ur Magnetização s/ histerese	
<b>i<sub>2</sub> RMS [mA] (sem perdas)</b>	78,843	77,805	1,32 %	77,809	1,31 %
<b>i<sub>2</sub> RMS [mA] (com perdas)</b>	78,843	77,653	1,51 %	77,658	1,50 %
<b>V<sub>mag</sub> RMS [V] (sem perdas)</b>	3,199	3,042	4,91 %	3,042	4,91 %
<b>V<sub>mag</sub> RMS [V] (com perdas)</b>	3,199	3,036	5,10 %	3,036	5,09 %
<b>i<sub>núcleo</sub> RMS [mA] (sem perdas)</b>	1,082	1,225	-13,29 %	1,175	-8,63 %
<b>i<sub>núcleo</sub> RMS [mA] (com perdas)</b>	1,082	1,233	-14,02 %	1,179	-8,99 %

Apresenta-se ainda na Figura 5-14 a forma de onda da indução no núcleo e da corrente de excitação do primário *medidas*. Ela mostra que a indução é (visualmente) senoidal para uma excitação com corrente senoidal, que é a mesma conclusão obtida para o TC com material fabricado com aço ferro-silício.

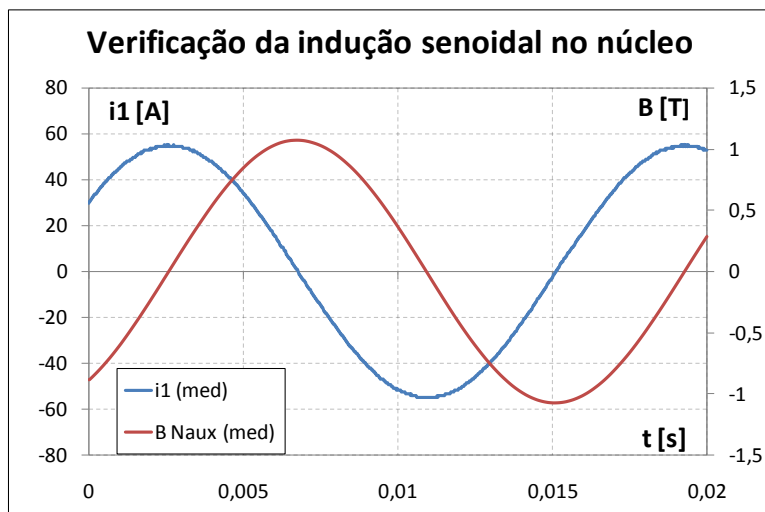


Figura 5-14 – Verificação da indução senoidal no núcleo magnético nanocristalino.

Por fim, apresenta-se a Tabela 5-4 com informações das perdas magnéticas da simulação comparadas com as medidas. É importante ressaltar a diferença dos valores das resistências equivalentes, tanto de histerese quanto dinâmica, em comparação com as resistências obtidas para o caso da amostra 1 no capítulo 4. As resistências equivalentes da amostra 2 são aproximadamente seis vezes maiores do que as obtidas com a amostra 1 com FeSi, o que indica menores perdas magnéticas para o caso dos materiais nanocristalinos.

Tabela 5-4 – Perdas medidas e calculadas e as resistências equivalentes.

Ps sim [W/kg]	0,019		
Ps med [W/kg] (Brockhaus)	0,019		
Erro Ps %	-0,65 %		
Ph sim [W/kg]	0,010	Rh sim [ $\Omega$ ]	38988,61
Ph med [W/kg] (Brockhaus)	0,011	Rh [ $\Omega$ ] (Brockhaus)	35480,39
Erro Ph %	9,16 %	Erro Rh %	-9,89 %
Pw sim [W/kg]	0,009	Rw sim [ $\Omega$ ]	41466,36
Pw med [W/kg] (Brockhaus)	0,008	Rw [ $\Omega$ ] (Brockhaus)	47225,67
Erro Pw %	-13,69 %	Erro Rw %	12,20 %

## 5.4 Considerações finais

Este capítulo mostrou as características principais e possibilidades de aplicação dos materiais nanocristalinos. Nas últimas décadas, as indústrias de equipamentos eletrônicos têm provocado uma demanda cada vez maior por materiais mais eficientes, com perdas magnéticas menores e alta permeabilidade. Essa nova classe de materiais tem demonstrado ser uma alternativa viável para diversas aplicações substituindo com vantagens os materiais tradicionais.

Em particular, para o sensoriamento de corrente elétrica, um fator determinante para a escolha do material apropriado do núcleo magnético é a definição dos níveis máximos e mínimos de corrente que se deseja medir. Essa faixa de corrente é importante para se definir o tamanho do núcleo, a área transversal necessária e o número de espiras do secundário. Em aplicações que se deseja medir correntes na ordem de Ampères, é possível a utilização de uma liga de ferro-silício comum, pois a permeabilidade magnética e as perdas magnéticas provavelmente seriam compatíveis com a aplicação. Em aplicações onde se deseja medir correntes na ordem de dezenas de miliampères com alta precisão, o aço ferro-silício torna-se impraticável devido a sua reduzida permeabilidade magnética em induções baixas. Para esse tipo de aplicação, a indústria de materiais magnéticos vem se desenvolvendo ao longo das últimas décadas e alternativas cada vez melhores estão sendo apresentadas, baseadas no desenvolvimento tecnológico dos materiais. Além disso, a concorrência industrial tem provocado uma demanda crescente por esses materiais especiais devido, principalmente, aos diferenciais tecnológicos, tais como maior eficiência e a possibilidade de redução de peso e de volume na aplicação final (que são diferenciais para questões logísticas). Para estes casos, os materiais nanocristalinos têm encontrado um nicho de mercado bastante atrativo para se desenvolverem.

A simulação do modelo de TC proposto neste trabalho considerando uma caracterização magnética de um material nanocristalino mostrou a grande diferença deles quando comparados a um TC fabricado com liga de ferro-silício tradicional. Observa-se principalmente o fato da quase linearidade do material para a região de não saturação e as baixas perdas magnéticas. Isso pode ser observado pela grande similaridade entre as formas de onda da simulação considerando uma permeabilidade constante ou a permeabilidade a partir da curva de magnetização sem histerese, diferentemente do resultado obtido no capítulo 4 com uma liga de ferro-silício, em que a diferença entre as formas de onda era visível. Além disso, como as perdas magnéticas são bastante reduzidas para estes materiais, seus efeitos não são tão significativos no modelo. Em comparação com a amostra de ferro-silício, pode-se afirmar que os materiais nanocristalinos estão mais próximos do que se considera o modelo ideal do transformador, em que a permeabilidade é infinita, constante e não existem perdas magnéticas.

## CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES

Esta dissertação de mestrado foi motivada, entre outras coisas, pela carência de um modelo de transformador de corrente que visa o projeto propriamente dito desses dispositivos, em especial os utilizados para sensoramento de corrente elétrica em equipamentos industriais. Uma das propostas era desenvolver um algoritmo matemático com base na caracterização magnética dos dispositivos que pudesse fornecer ao projetista novos elementos para auxiliar na fase do projeto. Neste período do desenvolvimento, por exemplo, é muito útil para a tomada de decisões a visualização dos fenômenos eletromagnéticos através da análise das formas de onda das grandezas no interior do núcleo. Com o algoritmo proposto, é possível se ter uma ideia quantitativa e qualitativa de quão preciso e eficiente é o TC para diversas variações da carga e da excitação. Outra grande motivação desta pesquisa foi o estudo de materiais especiais, em particular os nanocristalinos, que têm se mostrado uma ótima alternativa para aplicações especiais, em que alta precisão, desempenho e redução do peso e do volume do produto final são requisitos importantes.

Uma observação importante é sobre o fato da função do transformador de corrente ser diferente da função do transformador de tensão, apesar deles funcionarem sob os mesmos princípios físicos e construtivos. O TC é excitado por uma corrente elétrica que tenderá impor a corrente de saída. Os terminais do secundário funcionam como uma fonte de corrente, em função (simplificadamente) do número de espiras. Quando a corrente de entrada aumenta, a corrente de saída proporcionalmente aumenta. Assim, idealmente, a corrente de saída do secundário é independente da carga conectada a ele. Normalmente o TC funciona com um curto circuito ou, então, com um resistor de carga ( $R_{burden}$ ) nos terminais do secundário e é limitado pela tensão induzida no núcleo que provoque a saturação do material magnético.

Com base nessa análise simplificada, é comum perceber na prática que os TCs são tratados (projetados) como uma caixa preta, onde a relação entre a entrada e saída é dada aproximadamente pela equação (6.1) do transformador ideal. Neste tipo de projeto, é comum considerar-se apenas mais um parâmetro no cálculo do TC: o requisito de tensão no secundário para evitar a saturação do transformador na faixa de operação dele.

$$i_2 = \frac{N_1}{N_2} i_1 \quad (6.1)$$

Frequentemente, o comportamento dos fenômenos eletromagnéticos no interior do TC não é explicitamente estudado e muitas vezes o projeto é feito na base da tentativa e do erro, sem que as grandezas envolvidas sejam de fato compreendidas e analisadas. Os erros de amplitude e fase, por exemplo, são impossíveis de serem estimados com base na análise da equação (6.1), pois os efeitos das perdas magnéticas e da magnetização do núcleo não são considerados. Em alguns casos, essa análise simplificada é suficiente para a determinação dos parâmetros de projeto do TC, principalmente em aplicações que não sejam críticas do ponto de vista de precisão de amplitude e fase, desempenho, eficiência e requisitos de peso e volume. Contudo, em nichos de mercado em que essas variáveis são decisivas, é imperativo o aperfeiçoamento do projeto com base num estudo detalhado dos fenômenos envolvidos.

É óbvio que a experimentação tem um papel fundamental em qualquer área da engenharia e seu uso não pode ser desprezado. Contudo, o método da tentativa e erro deve ser evitado, pois pode levar a problemas no campo que não são detectados na fase de projeto. Assim, salienta-se a importância de um estudo teórico sobre o comportamento intrínseco do dispositivo para que os fenômenos envolvidos sejam de fato considerados no projeto. A experimentação, neste caso, seria utilizada apenas para comprovar o funcionamento do equipamento conforme planejado. O algoritmo proposto no capítulo 3 adaptando um modelo normalmente utilizado em transformadores de tensão para o caso dos TCs talvez seja a principal contribuição deste trabalho. Com base na caracterização magnética do núcleo do TC, o comportamento de cada grandeza eletromagnética pode ser qualitativamente avaliado através da análise das formas de onda, permitindo ao projetista a visualização dos fenômenos antes normalmente implícitos ao projeto. Técnicas de minimização dos efeitos indesejáveis podem ser então empregadas para aperfeiçoamento do dispositivo, pois se conhecem estimativas dos erros de amplitude e fase e tem-se uma ideia quantitativa das perdas energéticas no núcleo em diferentes pontos de

operação, para todos os tipos de materiais magnéticos que podem vir a ser utilizados na fabricação dos TCs.

O modelo e o circuito elétrico apresentados nesta dissertação consideram praticamente todos os efeitos existentes em regimes quase estáticos, onde se desprezam, por exemplo, os efeitos de capacitâncias parasitas e o efeito pelicular nos condutores. Destaca-se, também, que a eficiência do algoritmo para representar os fenômenos reais do transformador está diretamente ligada à qualidade da caracterização do material magnético em estudo. O resultado da simulação para cada caso específico está diretamente conectado à determinação dos parâmetros de entrada que representam a permeabilidade magnética do núcleo e as constantes das equações das perdas magnéticas. Três maneiras de como representar a permeabilidade foram analisadas e seus efeitos foram discutidos no capítulo 4, mostrando que, dentro daqueles abordados, o modelo com permeabilidade magnética representada pela curva de magnetização sem histerese é a que melhor representa os fenômenos eletromagnéticos no núcleo. Ainda, a consideração das perdas magnéticas no modelo se mostrou fundamental para o aumento da precisão da simulação, principalmente para o caso do material com ferro-silício, em que elas são mais significativas do que para o caso do material nanocristalino, apresentado no capítulo 5.

É importante reportar, ainda, as limitações do modelo proposto, inerentes às próprias simplificações assumidas no desenvolvimento, discutidas no capítulo 4. Por exemplo, a separação das perdas e o cálculo de resistências equivalentes para representar cada componente das perdas consideram que o sistema seja linear, ou seja, as parcelas que as representam são independentes entre si e assume-se que o princípio da superposição possa ser utilizado. Para uma indução senoidal, inclusive, a forma de onda da tensão e da corrente sobre o elemento dissipativo resultante na simulação é também senoidal, indicando a linearidade da resistência. É complicado avaliar o quanto esta suposição pode influenciar no resultado final, pois as perdas magnéticas são, essencialmente, fenômenos de difícil abordagem teórica. Por outro lado, a técnica da separação das perdas utilizada e a caracterização dos materiais magnéticos na bancada da Brockhaus se mostraram uma importante ferramenta, pois foi através dessas medições que as conclusões puderam ser obtidas. De maneira geral, os resultados obtidos permitem uma análise qualitativa do modelo e são considerados satisfatórios para que os objetivos deste trabalho fossem alcançados.

O equacionamento do modelo apresentado no capítulo 2 permitiu também explicar matematicamente por que os transformadores de corrente não devem operar com o secundário



em aberto. A tensão induzida nos terminais pode chegar à ordem de kV mesmo para correntes no nível da nominal do TC, o que pode comprometer a segurança e causar danos ao equipamento. Outra conclusão deste trabalho é a constatação de que a indução magnética no núcleo é (visualmente) senoidal para uma corrente de excitação senoidal. Essa conclusão não é óbvia, pois a indução magnética está diretamente relacionada à tensão elétrica, pela lei da indução de Faraday, e não à corrente elétrica. Como num TC a corrente é imposta, a tensão elétrica no primário é a priori desconhecida. Contudo, a experimentação realizada nos capítulos 4 (com uma liga de ferro-silício) e 5 (com um material nanocristalino) pela medição do fluxo magnético através de um enrolamento auxiliar permitiu comprovar que a indução magnética no TC é visualmente senoidal mesmo que esteja sendo imposta uma corrente ao invés da tensão.

O estudo dos materiais nanocristalinos, no capítulo 5, foi importante para apresentar uma nova classe de materiais que tem cada vez mais encontrado seu espaço em aplicações onde precisão e eficiência são requisitos fundamentais. Conforme visto, eles são fabricados pela cristalização, através de um tratamento térmico, de uma liga de ferro (Fe), silício (Si) e boro (B), com pequenas adições de nióbio (Nb) e cobre (Cu). Herzer [28] destaca que essa composição era até então uma combinação pouco usual na fabricação de ligas magnéticas e que se mostrou ser a chave para a formação de uma microestrutura ultrafina particular e associada a excelentes propriedades magnéticas. Após os primeiros experimentos realizados por Yoshizawa e Herzer, na década de 80, houve um grande aumento da demanda de materiais magnéticos moles de alta performance que apresentassem características superiores (elevada permeabilidade, baixas perdas, etc.). Outra característica muito interessante desses materiais é a possibilidade de se induzir uma anisotropia magnética, através de um tratamento térmico adicional ao processo de fabricação do material. Assim, laços BH (quase) lineares ou, então, retangulares podem ser obtidos para aplicações especiais.

A validação do modelo proposto neste trabalho com dois materiais distintos permitiu avaliar qualitativamente o desempenho de cada um deles em operação. As diferenças de desempenho entre eles são visíveis, conforme mostram os resultados apresentados no capítulo 5. É importante ressaltar que os dados obtidos através de ensaios na bancada da Brockhaus não permitiram avaliar em detalhes o comportamento dos materiais nanocristalinos, principalmente nas baixas induções, devido às limitações da máquina utilizada na caracterização magnética. Para esse nível de indução, o controle da bancada não consegue manter uma indução senoidal no núcleo, fato que compromete a precisão da medida.

Uma das grandes vantagens conhecidas dos materiais nanocristalinos é a alta permeabilidade para baixos valores de indução. Outra característica importante, em particular os fabricados com laços BH lineares, é a permeabilidade praticamente constante na região de não saturação do núcleo. Essa propriedade é particularmente importante para TCs que possuam uma faixa de operação bastante ampla, com pontos de operação que vão desde baixas até induções próximas a saturação do material. A linearidade permite assumir que os erros de amplitude e fase sejam praticamente constantes em todos os pontos, facilitando uma possível compensação desses erros em aplicações mais críticas.

Ainda quanto às vantagens dos materiais nanocristalinos, Petzold [30] apresenta uma série de aplicações específicas para ilustrar as potencialidades desses materiais. Afirma que os dispositivos eletrônicos modernos tais como fontes de potência, equipamentos de telecomunicações digitais, filtros, entre outros, demandam núcleos magnéticos ou componentes indutivos cada vez mais compactos e universais quanto às propriedades magnéticas. Elementos tais como indutores devem satisfazer requisitos técnicos específicos numa faixa de frequência que parte de magnetizações quase estáticas até a faixa de MHz. Além disso, esses componentes devem ser pouco dependentes da temperatura de operação e possuir baixas perdas magnéticas – todas essas características podem ser obtidas com os materiais nanocristalinos.

De maneira geral, uma das principais conclusões deste trabalho é a importância da escolha adequada do núcleo magnético dos TCs, principalmente para aplicações em que a qualidade e a eficiência dos dispositivos são fundamentais. A simulação dos fenômenos eletromagnéticos através do algoritmo proposto é uma contribuição que permite a visualização deles de uma maneira mais clara e objetiva com o intuito de auxiliar no projeto desses dispositivos.

Ao se atingir o final do trabalho, é raro não se identificarem tarefas que poderiam ter sido realizadas para complementar os resultados obtidos. Com o objetivo de dar continuidade ao assunto abordado nessa dissertação, apresentam-se alguns tópicos que poderiam ser base para um trabalho futuro, listados na sequência.

- a) O modelo apresentado foi validado exclusivamente para uma excitação senoidal. Com o desenvolvimento da eletrônica de potência, cada vez mais cargas não lineares estão inseridas nas instalações elétricas provocando uma verdadeira poluição na rede elétrica. A consideração desses efeitos no modelo seria fundamental para que os fenômenos associados a eles fossem também inseridos na análise. Os materiais

nanocristalinos com laços (quase) lineares, por exemplo, são aplicados em instrumentos para detecção de correntes residuais, pois esses equipamentos devem, de acordo com normas internacionais, serem capazes de medir, além de correntes senoidais, correntes DC pulsantes. Essas formas de onda apresentam elevado conteúdo harmônico que não são consideradas no modelo.

- b) Um estudo mais detalhado do efeito de capacitâncias parasitas e do efeito pelicular nos condutores seria interessante para aplicações que possuam componentes harmônicas de ordem elevada, como acontece, por exemplo, no exemplo supracitado do item “a”.
- c) Os fenômenos de dispersão do fluxo magnético não foram detalhadamente estudados por se acreditar que seus efeitos importavam menos do que outras simplificações adotadas no modelo. Por outro lado, uma modelagem adequada deles, principalmente para materiais magnéticos de menor qualidade, poderia resultar num aumento da precisão do algoritmo.
- d) Os transformadores de corrente estudados neste trabalho possuem a forma geométrica toroidal. Sabe-se que ela não é a única forma física com que os TCs podem ser fabricados e, portanto, uma análise qualitativa entre as diferentes geometrias possíveis de fabricação poderia ser uma interessante contribuição a esse estudo.
- e) A caracterização magnética para validação dos resultados foi realizada na bancada da Brockhaus disponível no GRUCAD. Os fenômenos associados às perdas magnéticas puderam ser qualitativamente estudados, porém está-se ciente que um estudo mais detalhado referente às perdas e, mais do que isso, a todos os fenômenos envolvidos na magnetização do núcleo, poderia contribuir para o aumento da precisão e exatidão do algoritmo proposto. Entre eles, formas de representar a permeabilidade, adicionais às abordadas, poderiam ser estudadas.
- f) O estudo apresentado foi dedicado a um caso particular da utilização de TCs: os empregados no sensoriamento da corrente elétrica. O algoritmo desenvolvido poderia ser estendido (ou adequado) a outros tipos de aplicações dos transformadores de corrente.
- g) Neste trabalho, as perdas magnéticas foram inseridas na simulação através de resistências equivalentes. Um estudo incorporando as perdas ao modelo através da simulação do laço BH (por exemplo, utilizando os modelos de Jiles-Atherton e Preisach), poderia ser abordado.

# APÊNDICE A

## *A.1 - Bancada MPG100D Brockhaus*

O equipamento utilizado para caracterização dos materiais magnéticos utilizados neste trabalho foi a bancada MPG100D da Brockhaus, disponível no GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos). Ela realiza medições de perdas magnéticas, permeabilidade, curva de magnetização inicial, entre outras, além de disponibilizar os dados numa planilha do Excel. A análise dos resultados é, dessa forma, simplificada, pois os dados dos ensaios de caracterização podem ser importados para o programa desenvolvido no LabVIEW e comparados com os dados dos ensaios de carga dos TC.

A bancada possui três diferentes equipamentos para a caracterização magnética: quadro de Epstein, “Single Sheet Tester” (SST) e “Ring Core Tester”. Como as amostras de TC deste trabalho eram de formato toroidal, apenas o equipamento “Ring Core Tester” foi utilizado. Este equipamento fornece uma separação das perdas magnéticas baseada na perda total medida. A separação delas é importante neste trabalho, pois as perdas são inseridas no algoritmo proposto através do cálculo de resistências equivalentes baseadas nos dados da caracterização. A máquina separa automaticamente as perdas em duas componentes: a perda por histerese e a perda dinâmica, ambas em W/kg. Para que a separação seja feita pelo equipamento, deve-se ensaiar a amostra em frequências diferentes, pois a perda por histerese é obtida extrapolando-se a curva da perda total medida em função da frequência até a frequência zero. A perda dinâmica, a qual engloba as perdas por correntes induzidas tradicionais e as perdas excedentes, é obtida pela diferença da perda total pela perda por histerese determinada pelo método da extrapolação.

A separação das perdas através do método da extrapolação da curva da perda total é imprecisa, conforme foi de fato demonstrado no capítulo 4, na Figura 4-21. Por outro lado, a perda total é determinada com precisão adequada para os objetivos deste trabalho. Como as resistências equivalentes do modelo estão conectadas em paralelo, contanto que a perda total seja precisa, a falta de precisão na separação tem pouco ou nenhum efeito no resultado final do modelo. A separação é utilizada apenas para mensurar qualitativamente o núcleo magnético estudado e dar uma ideia de qual parcela da perda magnética mais influencia na precisão de cada amostra de TC ensaiada. Outra limitação da máquina é a mínima frequência de operação, em torno de 5 Hz. Para alguns ensaios, mesmo esta frequência não pode ser utilizada para mensurar as amostras com precisão. Por essa razão, os ensaios realizados na bancada foram feitos com a

frequência mínima de 10 Hz. Além disso, a bancada possui limitações para medir baixas amplitudes de indução, fato que prejudicou a análise dos materiais nanocristalinos no capítulo 5, pois uma das propriedades que os diferenciam dos demais é a elevada permeabilidade magnética em induções baixas.

As caracterizações dos materiais utilizados neste trabalho na bancada da Brockhaus foram satisfatórias para que os objetivos deste trabalho fossem atingidos.

# APÊNDICE B

## *B.1 – Amostra A1 (liga de ferro-silício de grão orientado)*



Figura B.1 – Amostra A1 construída com um aço ferro-silício GO (vide capítulo 4).

## *B.1 – Amostra A2 (material nanocristalino)*



Figura B.2 – Amostra A2 construída com um material nanocristalino (vide capítulo 5).

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ZOCHOLL, S. E. *Análise e Aplicação de Transformadores de Corrente*. Pullman: Schweitzer Engineering Laboratories, Inc. 1ed. 2004.
- [2] MORETON, S. D. A Simple Method for the Determination of Bushing-Current-Transformer Characteristics. *AIEE Transactions*, v. 62, pp. 581-585, 1943.
- [3] GUERRA, F. D. F.; MOTA, W. S. Current Transformer Model. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, n. 1, 2007.
- [4] ANNAKAGE, U. D. A Current Transformer Model Based on the Jiles-Atherton Theory of Ferromagnetic Hysteresis. *IEEE Transactions on Power Delivery*. v. 25, n. 1, 2000.
- [5] MARTÍ, J. R.; LINARES, L. R.; DOMMEL, H. W. Current Transformers and Coupling-Capacitors Voltage Transformers in Real-Time Simulations. *IEEE Transactions on Power Delivery*. v. 12, n. 1, p. 164 – 168, 1997.
- [6] Std .C37.110 - IEEE Guide for the Application of Current Transformers Used for Protective Relaying Purposes. *IEEE Power Engineering Society*. 2007.
- [7] McLYMAN, C. W. T. *Transformer and Inductor Design Handbook*. Idyllwild : Dekker, 3ed. 2004.
- [8] SADOWSKI, N. *Notas de Aula da disciplina Conversão eletromagnética de energia*. Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis : 2008.
- [9] LUCIANO, Benedito A., et al. Transformador de Corrente com Núcleo Toroidal de Liga Nanocristalina. *IEEE Latin America Transactions*. Vol. 4, n. 3, 2006.
- [10] BATISTELA, N. J. *Caracterização e Modelagem Eletromagnética de Lâminas de Aço Ao Silício*. Florianópolis, 2001. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

- [11] BASTOS, J. P. A. *Eletromagnetismo para a Engenharia: Estática e Quase-Estática*. Florianópolis : Editora da UFSC, 2004.
- [12] NILSSON, J. RIEDEL, S. *Electric Circuits*. Prentice Hall, 7 ed., 2004.
- [13] *Aço Elétrico ou Silicioso GO*. [Online] ArcelorMittal, 2009. [http://www.arcelormittalinoxbrasil.com.br/port/produtos\\_servicos/silicio\\_go.asp](http://www.arcelormittalinoxbrasil.com.br/port/produtos_servicos/silicio_go.asp).
- [14] MEURER, E. J. *Estudo das perdas magnéticas interlaminares*. Florianópolis, 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [15] BERTOTTI, G. Space-Time Correlation Properties of the Magnetization Process and Eddy Current Losses: Applications. I. Fine wall Spacing. *J. Appl. Phys*, v. 54, n. 9, p. 5293 – 5305, 1983.
- [16] BERTOTTI, G. Physical Interpretation of Eddy Current Losses in Ferromagnetic Materials. I. Theoretical considerations. *J. Appl. Phys*, v. 57, n. 6, p. 2110 – 2126, 1985.
- [17] FIORILLO, F. e NOVIKOV, A. An Improved Approach to Power Losses in Magnetic Laminations under Nonsinusoidal Induction Waveform. *IEEE Trans. Magn*, v. 26, n. 5, p. 2904 – 2910, 1990.
- [18] BASTOS, J. P. A. *Eletromagnetismo e cálculo de campos*. 3 ed. Florianópolis : Editora da UFSC, 1996.
- [19] HURLEY, W. G. e WILCOX, D. J. Calculation of Leakage Inductance in Transformer Windings. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 9, n.1, 1994.
- [20] CULLITY, B. D. *Introduction to Magnetic Materials*. USA : Addison-Wesley Publishing Company, 1972.
- [21] BOZORTH, R. M. *Ferromagnetism*. New York : IEEE Press, 1993.
- [22] SINNECKER, J. P. Materiais Magnéticos Dúcteis e materiais Ferromagnéticos Amorfos. *Revista Brasileira de Física*, v. 22, p. 396-405, 2000.
- [23] PEARSON, J., SQUIRE, P.T. e ATKINSON, D. Which anhysteretic magnetization curve? *IEEE Trans. Magn*, v. 33, n. 5, p. 3970-3972, 1997.
- [24] YOSHIKAWA, Y., OGUMA, S. e YAMAUCHI, K. New Fe-based softmagnetic alloys composed of ultrafine grain structure. *J. Appl. Phys*, v. 64, p. 6044-6046, 1988.
- [25] SUZUKI, K. e HERZER, G. *Advanced Magnetic Nanostructures, Chapter 13 - Soft Magnetic nanostructures and Applications*. Clayton, Australia: Springer US, p. 365-401, 2006.



- [26] HERZER, G. Grain Structure and Magnetism of Nanocrystalline Ferromagnets HERZER. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 25, n. 5, pp. 3327-3329, 1989.
- [27] ALBEN, R., BUDNICK, J.I. e CARGILL. *Metallic Glasses*. : eds. JJ. Gilman and H.J. Leamy (ASM, Metals Park), 1978. p. p. 304. .
- [28] HERZER, GISELHER. *Nanocrystalline soft magnetic alloys. in: Handbook of Magnetic Materials*. Amsterdam : K.H.L. Buschow, Elsevier Science B.V., v. 10, p. 415-462, 1997.
- [29] Vacuumschmelze. VAC. [Online] Vacuumschmelze. [Citado em: 14 de 02 de 2009.] <http://www.vacuumschmelze.de/dynamic/en/home/researchampinnovation/materialsdesign/nanocrystallinesoftmagneticmaterials.php>.
- [30] PETZOLD, J. Advantages of softmagnetic nanocrystalline materials for modern electronic applications. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. p. 84-89, 2002.
- [31] HERZER, G. Grain size dependence of coercivity and permeability in nanocrystalline ferromagnets. *IEEE Transactions on Magnetics*. V. 26, n. 5, p. 1397-1402, Sep 1990..
- [32] KOLANO, A.; MATEJA-KACZMARSKA, K. The influence of post-annealing cooling rates on magnetic properties of Fe-based nanocrystalline alloys. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, n. 254–255, p. 431–433. Ed.: Elsevier 2003.
- [33] KIM, K. Y.; LEE, J. S.; NOH, T. H.; KANG, I. K.; KANG, T. Magnetic properties behaviors in Fe<sub>88</sub>Zr<sub>7</sub>B<sub>4</sub>Cu<sub>1</sub> nanocrystalline alloy prepared by different postanneal cooling rates. *J. Appl. Phys*, v. 75, p. 6943, 1994
- [34] HERZER, G., et al. Round table discussion: Present and future applications of nanocrystalline magnetic materials. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. v. 294, p. 252–266, 2005.
- [35] Tailoring of Magnetic Hysteresis loop. *Vacuumschmelze*. [Online] [Citado em: 14 de 02 de 2009.] <http://www.vacuumschmelze.de/dynamic/en/home/researchampinnovation/materialsdesign/tailoringofmagnetichysteresisloop.php>.
- [36] *Tape-wound cores for Spike Blocker*. [Online] Vacuumschmelze, 2009. [http://www.vacuumschmelze.de/dynamic/docroot/medialib/documents/broschueren/kbbrosch/Spike\\_e.pdf](http://www.vacuumschmelze.de/dynamic/docroot/medialib/documents/broschueren/kbbrosch/Spike_e.pdf).
- [37] IEC/TR 60755 - General requirements for residual current operated protective devices. 2008.
- [38] *Flat (F) Loops*. [Online] Vacuumschmelze, 2009. <http://www.vacuumschmelze.de/dynamic/en/home/researchampinnovation/materialsdesign/tailoringofmagnetichysteresisloop/flatloops.php>.

- [39] VAC > NANOCRYSTALLINE SOFT MAGNETIC MATERIALS. [Online] Vacuumschmelze, 2009. <http://www.vacuumschmelze.de/dynamic/en/home/researchampinnovation/materialsdesign/nanocrystallinesoftmagneticmaterials.php>.
- [40] Vacuumschmelze Catalogue. *Soft Magnetic Materials and Semi-finished Products*. Hanau, 2002.
- [41] *Magnetic Circuits and Transformers*. Massachusetts : MIT Press, 1943.
- [42] WILLIAMS, H. J., SCHOCKLEY, W. e KITTEL, C. Studies of the Propagation Velocity of a Ferromagnetic Domain Boundary. *Physical Review*, v. 84, n. 9, p. 1090-1094, 1950.
- [43] SCHULTER, M. *Aplicação de Algoritmos Genéticos na Modelagem de Transformadores a partir de Ensaios*. Florianópolis, 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [44] PRY, R. H. e BEAN, C. P. Calculations of the Energy Loss in Magnetic Sheet Materials Using a Domain Model. *J. Appl. Phys*, v. 29, p. 532-533, 1958.
- [45] KOJOVIC, Lj. A. Guidelines for Current Transformer Selection for Protection Systems. *Power Engineering Society Summer Meeting*, v.1, p. 593-598, 2001.
- [46] FLOHRER, S., et al. Magnetization loss and domain refinement in nanocrystalline tape wound cores. *Acta Materialia*, v. 54, p. 3253-3259, 2006.
- [47] FLOHRER, S., et al. Interplay of uniform and random anisotropy in nanocrystalline soft magnetic alloys. *Acta Materialia*, v. 53, p. 2937-2942, 2005.
- [48] FLOHRER, S., et al. Dynamic magnetization process of nanocrystalline tape wound cores with transverse field-induced anisotropy. *Acta Materialia*, v. 54, p 4693-4698, 2006.
- [49] FIORILLO, F. e NOVIKOV, A. Power Losses under Sinusoidal, Trapezoidal and Distorted Induction Waveform. *IEEE Trans. Magn*, v. 26, n. 5, p. 2559 – 2561, 1990.